

**PP018 - O LILAVATI DE BHASKARA: UTILIZANDO A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA E A
RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS COMO RECURSOS PEDAGÓGICOS**

*THE LILAVATI OF BHASKARA: USING THE HISTORY OF MATHEMATICS AND PROBLEM SOLVING
AS A TEACHING RESOURCES*

Raruy Damasceno Rodriguez

Universidade de Brasília – UnB

raruy@hotmail.com

Jussara Pereira Fernandes

Universidade de Brasília - UnB

jussarap.fernandes@gmail.com

Ana Gabriella de Oliveira Sardinha

Universidade de Brasília – UnB

anagabrielladeoliveira@gmail.com

Raquel Marques da Silva

Universidade de Brasília – UnB

raquelmarques_s2@hotmail.com

Resumo

Este artigo tem por objetivo apresentar os resultados dos estudos realizados pelos pesquisadores do projeto do Laboratório de Matemática - vinculado ao Serviço de Atendimento Matemático à Comunidade (SAMAC) - sobre o livro *Lilavati de Bhaskaracarya: Um tratado da matemática da tradição védica* (tradução para o inglês de Krishnaji Shankara Patwardhan, Somashekhara Amrita Naimpally e Shyam Lal Singh. Delhi: Motilal Bernarsidass Publishers, 2008). A obra foi escrita por Bhaskara originalmente em hindu, no ano de 1150 e levou quase nove séculos para chegar ao português. Os autores, dentre outros pesquisadores, sob a orientação da professora doutora Maria Terezinha Jesus Gaspar, traduziram os capítulos do livro (inglês/português), analisaram os métodos apresentados por Bhaskara e, criaram atividades pedagógicas (caderno de apoio didático) que foram aplicadas a professores e grupos de alunos da educação básica.

Palavras-chave: *Lilavati*; Bhaskara; História da Matemática; Resolução de problemas.

Abstract

This article aims to present the results of studies conducted by researchers at the Laboratory of Mathematical project linked to the Service to the Community Math (SAMAC) – on the book of

Bhaskaracarya Lilavati: A treatise of mathematics of Vedic tradition (the English translation of Krishnaji Shankara Patwardhan, Somashekhara Naimpally Amrita Singh and Shyam Lal. Delhi: Motilal Bernarsidass Publishers, 2008). The work was originally written by Bhaskara in hindoo, in the year 1150 and it took almost nine centuries to reach the Portuguese. The authors, among other researchers, under the guidance of Teacher PHD Maria Terezinha Jesus Gaspar, translated the chapters of the book (English / Portuguese), analyzed the methods presented by Bhaskara and created educational activities (technical support teaching) that were applied to groups of teachers and students of basic education.

Keywords: *Lilavati*; Bhaskara; History of Mathematics; Troubleshooting.

Introdução

“A educação é uma estratégia desenvolvida pelo ser humano com duplo objetivo: estimular a vida em sociedade e acentuar a criatividade” (UBIRATAN D’ AMBROSIO, 2006, p.1). Existem diversas estratégias para alcançar os objetivos explicitados pelo mestre, mas neste trabalho serão abordados dois, que atualmente são tendências centrais da educação matemática: a Resolução de Problemas e a História da Matemática.

A importância da situação problema, nos contextos educacionais, e a arte em resolvê-los utilizando recursos pedagógicos (alternativos, lúdicos e criativos) são consensos entre diversos estudiosos, pois estimula diversas percepções, dentre elas, aplicações dos conceitos estudados em sala de aula, a necessidade de ler o problema atentamente e a real interpretação matemática exposta pelo problema (CHARLES, 1995; POLYA, 1995; MUNIZ, 2009).

Na linha de pensamento de Charles (1995), Polya (1995) e Muniz (2009) a compilação das características quanto às situações e resolução de problemas são as seguintes: percepção das potencialidades fracas e fortes dos educandos com relação à solução de problemas; necessidade de demonstrar algumas alternativas possíveis das estratégias para resolvê-los, porém é preciso estimular a iniciativa criativa de algoritmos alternativos desenvolvidos pelo próprio aluno; gerenciamento do ambiente com uso de estratégias de ensino e provê-los em sala de aula com atividades planejadas; e, utilização de distintas atividades, que busquem diferentes representações - históricas, estímulo das relações sociais, simbólicas, escritas ou não, etc.

Segundo Grabiner (1975) a História da Matemática pode se abordada de dois modos: explícito e implícito. No primeiro, o objetivo é a História como meio didático, como por exemplo, uso dos contextos culturais auxiliando os conhecimentos matemáticos. No segundo, o objetivo não é a História em si, mas o meio de alcançar sugestões de caminhos, tendo como foco os objetivos didáticos.

Para Fauvel (1991) existem vários argumentos que justificam o uso da História da Matemática: demonstra aos alunos como os conceitos evoluíram ao longo dos séculos, o que ajuda na organização curricular; colabora na reflexão dos modos de uso dos conhecimentos dentro e fora da sala de aula, o que ajuda na compreensão do processo de formação do pensamento matemático; auxilia a retomada das intuições do processo de ensino aprendizagem de diversos conteúdos - aritmética, geometria, etc.

Neste contexto das tendências de educação matemática, surge este trabalho sobre a obra de Bhaskara: o *Lilavati*.

Apresentação do autor e da obra

Para Sardinha *et al* (2011) e Fernandes (2005) Bhaskara nasceu em 1114 em *Vijayapura*, Índia e morreu em 1185 em *Ujjain*, no mesmo país. Segundo Rouse Ball (1960), sobre a matemática hindu, o único matemático indiano de eminência excepcional de cujas obras sabemos quase nada foi Bhaskara¹. Ele disse ter sido o sucessor direto de *Bhahmagupta* no cargo de chefe do observatório astronômico de *Ujjain* (cidade indiana). Em seu tempo o autor foi respeitado e suas obras ficaram famosas por todo o país, sendo referências de compêndios em diversas cidades.

Aos 36 anos de idade, Bhaskara escreveu a astronomia do *Siromani Siddhanta* formado por quatro partes²: o *Lilavati* (que trata sobre aritmética), *Bijaganitas* (sobre álgebra), *Goladhyaya* (sobre a esfera, ou seja, o globo celeste) e *Grahaganita* (sobre o movimento planetário). No tempo do mestre hindu, a matemática na Índia havia evoluído muito devido aos conteúdos puramente utilitários e os problemas, muitas vezes, colocados simplesmente por prazer (BURTON, 2007).

Lilavati (1150) é uma obra escrita no século XII. No texto histórico, os problemas matemáticos são escritos em bases poéticas e possuem características lúdicas. A grande importância do livro são as desafiadoras atividades recreativas, ou seja, os problemas matemáticos são apresentados em forma de versos (FERNANDES, 2005).

O percurso da obra de Bhaskara entre a fonte original até chegar ao português dura quase nove séculos. Em suma, “O texto original (fonte primária) da obra de Bhaskara foi produzido em hindu (1150), posteriormente as fontes secundárias são explicadas, comentadas e traduzidas para o árabe e para o persa (1587) e somente no início do século XIX é que tal obra chega ao inglês (1817)” (FERNANDES, 2012, p.14). Atualmente, existe o trabalho de tradução da obra de Bhaskara para o português e concomitantemente o desenvolvimento do caderno de apoio didático (atividades pedagógicas como jogos, charadas, quebra cabeça, etc.).

O objetivo deste trabalho é fornecer resultados parciais do desenvolvimento da tradução e do caderno de apoio do projeto de pesquisa o *Lilavati*³, do Laboratório de Matemática vinculado ao Serviço de Atendimento Matemático à Comunidade (SAMAC) da Universidade de Brasília (MAT/UnB), sob a orientação da Prof(a) Dr(a) Maria Terezinha Jesus Gaspar.

A justificativa deste trabalho está embasada nas tendências de educação matemática: uso da História da Matemática e Resolução de Problemas. Esses fornecem os contextos para discutir alguns conteúdos matemáticos que fazem parte do currículo da educação básica e oferecem bases para o desenvolvimento das atividades realizadas em minicursos.

¹ Diversas ortografias de tradução: Bhaskara ou Bhaskaracharya, matemático indiano e astrônomo.

² Posteriormente foram traduzidos em livros.

³ O grupo que trabalha atualmente na tradução do texto histórico e confecção do material didático de apoio é composto dos seguintes integrantes: Prof(a) Dr(a) Maria Terezinha Jesus Gaspar (coordenadora), Rary Damasceno Rodriguez, Jussara Pereira Fernandes, Ana Gabriella de Oliveira Sardinha, Nilson de Sousa Rocha, Raquel Marques da Silva, Danielle Alves Antunes e Rodolpho Pinheiro D’Azevedo.

Diz a lenda, aparentemente inserida no manuscrito persa, que Bhaskara dedicou a obra a sua filha, por isso o livro tem o nome da menina Lilavati (significa bela, formosa). A tradução da história que consta do manuscrito persa é a seguinte:

Lilavati era o nome da filha de Bhaskaracarya. Ao lançar o seu horóscopo, ele descobriu que o momento auspicioso para o casamento seria uma hora específica em um determinado dia. Bhaskaracarya marcou com o cilindro do tempo [os hindus mediam, calculavam e determinavam as horas do dia com o auxílio de um cilindro colocado num vaso cheio d'água. Esse cilindro era aberto apenas em cima e apresentava um pequeno orifício no centro da superfície da base para a entrada da água] a hora específica para o matrimônio. Quando tudo estava pronto e o cilindro do tempo iniciava a marcar a hora propícia para o casamento, Lilavati, de repente, por curiosidade, inclinou-se sobre o recipiente e uma pérola de seu vestido caiu no copo e bloqueou o buraco de passagem da água. A hora da sorte passou sem que o cilindro marcasse. Bhaskarachaya acreditava que a única maneira de consolar a filha abatida, que agora nunca iria se casar, era escrever-lhe um manual de matemática! (FERNANDES, 2005, p.3. Traduzido e adaptado por FERNANDES, J. P., 2012)⁴.

O *Lilavati* de Bhaskara trata de diversos assuntos matemáticos (Sistema de pesos e medidas, o sistema de numerações, as oito operações com frações, regras de três, etc.). Na obra completa constam 278 versos (problemas poéticos a serem resolvidos) que foram subdivididos em capítulos temáticos (SARDINHA *et al*, 2011; ROUSE BALL, 1960).

Conteúdo do *Lilavati*

Os participantes do projeto traduziram os 34 capítulos do livro, desenvolveram e aplicaram algumas atividades pedagógicas relacionadas aos capítulos. O grupo de pesquisa utiliza diversas fontes em inglês (estudo comparativo, quando necessário), mas o livro norteador de todo o trabalho foi a obra em inglês *Lilavati Bhaskaracarya: A Treatise of Mathematics of Vedic Tradition*.

Definições e tabelas

No capítulo 1 do livro, Bhaskara fornece dados de conversões métricas utilizadas no século XI e XII na antiga Índia. Esse tema trata sobre os seguintes assuntos: moedas, medidas

⁴ “Lilavati was the name of Bhaskaracharya's daughter. From casting her horoscope, he discovered that the auspicious time for her wedding would be a particular hour on a certain day. He placed a cup with a small hole at the bottom of a vessel filled with water, arranged so that the cup would sink at the beginning of the propitious hour. When everything was ready and the cup was placed in the vessel, Lilavati suddenly out of curiosity bent over the vessel and a pearl from her dress fell into the cup and blocked the hole in it. The lucky hour passed without the cup sinking. Bhaskaracharya believed that the only way to console his dejected daughter, who now would never get married, was to write her a manual of mathematics!” (FERNANDES, 2005, p.3).

para o ouro, unidades de comprimento, medidas de volume para grãos e medidas alternativas de tempo.

A atividade pedagógica discutida e desenvolvida foi o jogo lúdico. Nesse são utilizados os dados fornecidos no texto histórico, mas as técnicas de resoluções podem ser modernas (análise dimensional) ou a regra de três (trabalhada na obra o *Lilavati*, em capítulo posterior). O jogo foi aplicado a alunos do ensino básico nas vivências matemáticas da SBEM-DF e a professores do ensino básico no V EBREM como mostra algumas das imagens a seguir.



Imagens 1 e 2: aplicação do protótipo preliminar do jogo realizada com professores e alunos. Esses, para viabilizar a brincadeira, necessitaram de revisão de conteúdo (regra de três ou análise dimensional) e, após, demonstraram motivação e envolvimento pela atividade. Por fim, atualmente o protótipo do jogo encontra-se completo e aconselha-se utilizar o material didático a partir do nono ano do ensino fundamental.

Números Naturais e Operações

Esse conteúdo é tratado nos capítulos de 2 a 9 do livro. O capítulo 2 apresenta o sistema decimal de valor posicional, utilizado atualmente e visto como revolucionador dos cálculos.

O sistema de numeração decimal de valor posicional espalhou-se da Índia até a Síria em meados do século VII e foram adotados universalmente devido ao imenso poder como facilitador de cálculos.

A atividade pedagógica proposta para este capítulo está em fase de desenvolvimento e deve incluir a importância e o entendimento do sistema decimal, que é imprescindível para os cálculos mais simples e para os mais complexos. Tal atividade voltada para alunos do ensino básico deve apresentar a representação polinomial dos números e ainda não foi finalizada, nem testada.

A partir da utilização do conceito de sistema decimal, apresentado no capítulo 2, Bhaskara começa a apresentar algoritmos para operações de adição, subtração, multiplicação e divisão. O capítulo 3 descreve como realizar as operações de adição e subtração, explicitando que estas podem ser feitas da direita para a esquerda (método convencional apresentado nas escolas desde o ensino básico) ou da esquerda para a direita, sem alterações no resultado.

A atividade ilustrada na imagem 3 tem como objetivo trabalhar os algoritmos com os alunos utilizando o ábaco vertical e, mostrar que existem outros algoritmos para realizar adições e subtrações.

A aplicação da atividade em algumas ocasiões mostrou a fragilidade dos alunos quanto à assimilação dos conceitos adquiridos em sala de aula. Os alunos tiveram dificuldade para entender os algoritmos e muitos sentiram dificuldades na representação e nos cálculos realizados utilizando o ábaco. Foi necessário, portanto, breve explicação e resgate de conceitos, como unidade, dezena, centena, etc. para prosseguirmos com as operações contidas no verso XIV do *Lilavati*.

Com relação à multiplicação Bhaskara apresenta cinco métodos diferentes para multiplicar dois números. A validade desses métodos pode ser provada utilizando a propriedade distributiva da multiplicação em relação à soma, a propriedade associativa da multiplicação e a decomposição do número em ordens e classes.



Imagem 3: aplicação do caderno de atividade aos alunos das escolas públicas do Distrito Federal durante os Circuitos de Vivências em Educação Matemática (2012).

O jogo de tabuleiro foi idealizado com o objetivo de apresentar os diferentes métodos encontrados neste capítulo para multiplicar dois números naturais. A imagem a seguir mostra o tabuleiro e algumas cartas do jogo.



Imagem 4: aplicação do jogo aos alunos de escola pública do Distrito Federal durante o Circuito de Vivências em Educação Matemática (2012).

Durante os testes do jogo, os alunos partiam logo para aplicar o método aprendido na escola e ao serem informados que seriam utilizados outros métodos se dispuseram a entender os diferentes algoritmos. Os alunos gostaram das várias formas de encontrar o resultado da multiplicação, eles consideraram a atividade interessante e diferente. Depois de utilizarem os métodos sugeridos no jogo aplicavam o método tradicional para conferência do resultado.

A dificuldade dos alunos em aplicar os métodos aconteceu no momento de identificar a ordem de um algarismo, no momento de organizar os resultados parciais das multiplicações: unidade, dezena, centena e milhar. Nos métodos que não dependiam dessa identificação os alunos não tiveram dificuldade.

O método descrito no capítulo 5 para dividir dois números naturais é semelhante ao que utilizamos hoje. Bhaskara apresenta um segundo método para o caso dos números terem algum fator em comum. Nesse caso ele sugere que divida o dividendo e o divisor pelo fator comum e, em seguida encontre o resultado da divisão desses quocientes. Uma discussão sobre a veracidade do método leva a uma compreensão do processo de simplificação de frações.

Para o entendimento dos métodos para encontrar o quadrado de um número natural (capítulo 7) foram utilizadas tabelas a serem preenchidas pelos alunos descrevendo cada etapa do algoritmo. Um dos métodos utiliza a representação polinomial do número, outro a decomposição do número como soma de números menores. Esses métodos utilizam a relação $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$. O terceiro sugere somar e subtrair do número um valor escolhido e usar a relação $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$.

Os métodos descritos no capítulo 8 para encontrar o cubo de um número levou a construção dois materiais concretos mostrados na figura a seguir que permitem encontrar expressões algébricas para $(a + b)^3$. Novamente, tabelas para facilitar a representação do número foram utilizadas.

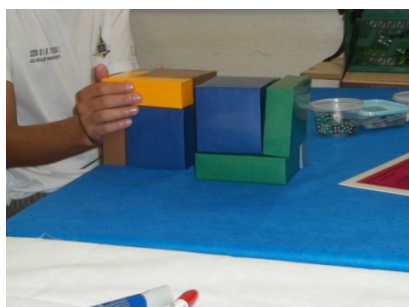


Imagem 5: uso dos materiais concretos pelos alunos de escola pública do Distrito Federal durante o Circuito de Vivências em Educação Matemática (2012).

Frações

Os capítulos 10 a 14 fornecem regras de como operar com frações. No capítulo 10, Bhaskara ensina vários métodos para resolver operações com frações, dentre elas, as frações “*Addo*” – aquelas que são resultado da soma de um número inteiro por uma fração simples –, as frações “*Dedo*” – aquelas que são resultado da subtração de uma fração simples de um número inteiro. Alguns casos específicos de somar, subtrair e multiplicar frações são tratados

neste capítulo. Nos capítulos seguintes são apresentados métodos para somar, subtrair, multiplicar e dividir frações.

É de suma importância ressaltar que Bhaskara aborda algoritmos diferentes do algoritmo utilizado atualmente. Além disso, para reduzir ao mesmo denominador ele considera um múltiplo comum sem dar ênfase ao mínimo múltiplo comum. O *Lilavati* ensina a multiplicar “o numerador e o denominador da primeira fração pelo denominador da segunda e vice versa” obtendo assim um múltiplo que não necessariamente seja o menor. A divisão de frações é feita utilizando o mesmo algoritmo que é ensinado atualmente na educação básica (quase nove séculos de ensinamentos), mas o poeta do século XII ao escrever um de seus versos problemas realiza uma genial comparação entre o intelecto humano e uma espécie de gramínea muito conhecida na história do planeta “*kusa grass*”.

A atividade pedagógica desenvolvida deveria trabalhar simultaneamente todos os tópicos (métodos) de frações ensinados por Bhaskara. Para resolver tal problemática escolheu-se confeccionar o jogo: Oito Operações com Frações.



Imagem 6: jogo Oito Operações com Frações (2012).

Por fim, espera-se que os testes do protótipo e as aplicações sejam realizados até meados de 2013.

No capítulo 14, verso XLIV, Bhaskara apresenta uma forma de encontrar quadrados, cubos, raízes quadradas e raízes cúbicas de frações. Este verso diz que deve-se encontrar os quadrados, cubos, e as raízes dos numeradores e dividi-los pelos quadrados, cubos e raízes dos denominadores.

Através do verso XLV ele apresenta um problema com fração “*Addo*” a ser resolvido através do número com o formato “*Addo*” ou podendo ser levado ao formato a/b , verificando a validade dos métodos. As atividades pedagógicas do capítulo estão em fase de criação.

Regras Relativas ao Zero

Bhaskara fornece as seguintes regras relativas ao zero no capítulo 15: somar ou subtrair zero a um número resulta o próprio número; o quadrado, raiz quadrada, cubo e raiz cúbica de zero é igual a zero; qualquer número diferente de zero dividido por zero é *khahara* (infinito); o produto de um número por zero é zero. Bhaskara observa que apesar da multiplicação de um número por zero ser zero deve-se manter a forma de multiplicando e multiplicador até o final

da operação, considerando que um número multiplicado e dividido por zero é o próprio número ($7 \times 0 \div 0 = 7$). Sabemos que isso nem sempre é verdade. Por exemplo, $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x}{x} = 7$.

No verso XLVIII ele trás um exemplo que introduz a necessidade da utilização do capítulo seguinte (Processo Reverso).

No capítulo 15, Bhaskara explica que para se encontrar uma quantidade desconhecida de uma quantidade conhecida, o divisor deve ser tomado como multiplicador, o quadrado como raiz quadrada, a adição como subtração e vice-versa. O capítulo ainda apresenta um exemplo contendo diversas operações do processo inverso a fim de desenvolver o envolvimento das diversas operações inseridas no processo reverso.

Os demais capítulos estão traduzidos e em discussão pelo grupo com o objetivo de criar atividades pedagógicas relacionadas aos conteúdos e refletir sobre os métodos utilizados no texto.

Relacionamos a seguir o conteúdo de cada capítulo.

- ♦Capítulo 7 e 9: Raiz quadrada e Raiz cúbica
- ♦Capítulo 16: Processo reverso. Ensina a achar uma quantidade desconhecida a partir de quantidades conhecidas.
- ♦Capítulo 17: Uma lista de problemas para determinar uma quantidade desconhecida.
- ♦Capítulo 18: Método da transição. Permite encontrar dois números cuja soma e a diferença são conhecidas.
- ♦Capítulo 19: Transição quadrada. Permite encontrar dois números conhecendo relações aritméticas sobre seus quadrados. Vários métodos são apresentados no capítulo.
- ♦Capítulo 20: Equação quadrática. Métodos para resolver equações do tipo $x^2 \pm bx = c$ e uma série de problemas cuja solução é encontrada resolvendo equações desse tipo. O método utilizado equivale ao método de completar quadrados.
- ♦Capítulo 21: Regra de três. Ensina a resolver problemas de proporção direta quando 3 das quantidades são conhecidas e propõe vários problemas para serem resolvidos.
- ♦Capítulo 22: Proporção Inversa. Ensina a resolver problemas de proporção inversa quando 3 das quantidades são conhecidas e propõe vários problemas para serem resolvidos.
- ♦Capítulo 23: Regra de Cinco, seis, sete, etc.
- ♦Capítulo 24: Regra de trocas. Problemas envolvendo trocas de mercadorias considerando o valor de cada uma delas.
- ♦Capítulo 25: Juros Simples. Cálculo dos juros anuais e mensais. Naquela época a preocupação estava voltada para lucro total, investimentos, preenchimento de reservatórios, preço de grãos (arroz e feijão) e proporção de sândalo e cânfora, etc.
- ♦Capítulo 26: Combinatória.
- ♦Capítulo 27: Progressões. Fórmulas para determinar a soma de algumas séries. Progressões aritméticas: fórmula para achar o primeiro termo; como encontrar o número de termos. Progressões geométricas.

♦Capítulo 28: Mensuração. Como encontrar a hipotenusa e a altura de um triângulo retângulo; encontrar dois lados de um triângulo retângulo quando a hipotenusa é dada; construir triângulos retângulos com lados inteiros; encontrar altura de uma flor de lótus e a profundidade de uma lagoa; encontrar os lados de um triângulo conhecendo a hipotenusa e a soma dos lados; existência de triângulos; encontrar uma diagonal de um quadrilátero; encontrar a área de um quadrilátero; encontrar as diagonais de um trapézio; método de *Brahmagupta* (século VI); método de *Bhaskaracarya* (século XII); calcular o perímetro de um círculo dado o seu diâmetro; a área da superfície de um disco, o volume de uma esfera; calcular a perpendicular a uma corda, os lados de um polígono regular inscrito; o comprimento de uma corda e encontrar o comprimento de um arco de circunferência.

Problemas envolvendo medidas em um triângulo. Condições sobre os lados para a existência de um triângulo, área de triângulos e quadriláteros. Medidas das diagonais de um trapézio. Comprimento de uma corda. Comprimento de arco.

♦Capítulo 29: Volume de um sólido irregular. Volume de uma pirâmide e do tronco de pirâmide. São fornecidos métodos empíricos. Conhecendo a altura, largura e profundidades médias o volume é o produto dessas médias. Seguindo esse raciocínio, Bhaskara fornece métodos para calcular o volume de uma pirâmide, do tronco de pirâmide e ainda o volume de um prisma.

♦Capítulo 30: Corte de madeira. Volume do tronco de cone. Volume de grãos apoiados em um canto ou parede.

♦Capítulo 31: Volume de um monte de grãos.

♦Capítulo 32: Sombras. Comprimento de uma sombra.

♦Capítulo 33: Pulverização (*Kuttaka*). Dados a , b , c números inteiros encontrar inteiros x e y tais que $ax + b = cy$. Tais equações são chamadas de equações de Diofanto de grau 1.

♦Capítulo 34: Concatenação. Permutações. Interpolação. Partições. O capítulo aborda a forma de se encontrar o número de permutações de n dígitos diferentes; e o número de permutações de n dígitos, se determinados dígitos são iguais. Os versos CCLXVIII e CCLXXI fornecem explicações de como resolver os exemplos distribuídos no capítulo.

Por fim, um dos últimos versos situa *Lilavati* como um todo, exaltando o fato dos temas nele abordados descreverem situações do dia a dia e sobre a transparência das regras e métodos utilizados nos exemplos. Diz-se que aquele que dominar o *Lilavati* será feliz e próspero.

Referências Bibliográficas

BHASKARACARYA. **Lilavati de Bhaskaracarya**: Um tratado da matemática da tradição védica. Tradução de Krishnaji Shankara Patwardhan, Somashekhara Amrita Naimpally e Shyam Lal Singh. Delhi: Motilal Bernarsidass Publishers. 2008.

BURTON, David. **The History of Mathematics**: An Introduction. Sixth Edition. McGraw-HILL: Primis online. 2007. Disponível em: <
[http://www.google.com.br/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=3&ved=0CDQQFjAC&url=http%3A%2F%2Fvncart.googlecode.com%2Ffiles%2Fburton-the%2Fhistory%2Fof%2Fmathematics%2Fan%2Fintroduction%2F6th%2Fed\(2\).pdf&ei=KS-](http://www.google.com.br/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=3&ved=0CDQQFjAC&url=http%3A%2F%2Fvncart.googlecode.com%2Ffiles%2Fburton-the%2Fhistory%2Fof%2Fmathematics%2Fan%2Fintroduction%2F6th%2Fed(2).pdf&ei=KS-)

[IUJrADuXn0QHrkIDQBw&usg=AFQjCNEBbdgc-qPWQJ-0NyjvYgr9mpXyoA](http://www.ufrj.br/~iujr/ADuXn0QHrkIDQBw&usg=AFQjCNEBbdgc-qPWQJ-0NyjvYgr9mpXyoA)> Acesso em: 23 Out. 2012.

CHARLES, R. L., Mason, R. P. & Martin, L. **Problem-Solving Experiences In Mathematics**. Addison-Wesley. USA. 1995.

D' AMBROSIO, Ubiratan. **Universidades, transdisciplinaridade e experiência humana**. UFJF/IAD. Regina Kopke, 2006. Disponível em: <
http://universideia.net/universideia/file.php/1/Transdisciplinaridade/Ubiratan_DAmbrosio - Universidades Transdisciplinaridade e experiencia humana.doc. > Acesso em: 15 Out. 2012.

FAUVEL, J. **Using History in Mathematics Education**. For the Learning of Mathematics, v. 11, p. 3-6, Junho 1991.

FERNANDES, J. P. **O Lilavati de Bhaskaracarya e o sistema métrico moderno: qual o denominador comum para o ensino de ciências e matemática?** Trabalho de Conclusão de Curso em licenciatura em Ciências Naturais. Orientador: José Eduardo Castilho. Universidade de Brasília, Faculdade UnB Planaltina: Planaltina. Dezembro de 2012. Não publicado.

FERNANDES, Xavier. **Lilavati in the history of mathematics**. Examensarbeten I matematik 10 , poäng. Handedare: Paul Vaderlind. 2005. Disponível em: <
<http://www2.math.su.se/gemensamt/grund/exjobb/matte/2005/rep4/report.pdf>>
Acesso em: 12 Out. 2012.

GRABINER, J. V. **Matemático e o Historiador Historia Mathematica**, v. 2, p. 439-447, 1975.

MUNIZ, C. A. **Diversidade dos conceitos das operações e suas implicações nas resoluções de classes de situações**. In: GUIMARÃES, G.; BORDA, R. (Org.). Reflexões sobre o ensino de matemática nos anos iniciais de escolarização. Volume 6. Recife: SBEM. p. 101 - 118. 2009.

POLYA, G. A. **Arte de resolver problemas**. Rio de Janeiro: Interciência. 196p. 1995.

ROUSE BALL, W. W. **A Short Account of the History of Mathematics**. Fellow of Trinity College, Cambridge, Dover Publications, inc: New York. 1960. p.125-129. In: Start of this Project Gutenberg eBook Mathematics. License included with this eBook [#31246]. Disponível em: <www.gutenberg.org> Acesso em: 23 Out. 2012.

SARDINHA, A. G. de O.; ALVES, D. da S.; ANTUNES, D. A.; FERNANDES, J. P.; RODRIGUEZ, R. D.; D' AZEVEDO, R. P.. **Lilavati: uma proposta de ensino-aprendizagem da Matemática utilizando a História e a resolução de problemas como recursos pedagógicos**. Anais V EBREM: Educação Matemática e Criatividade. Sociedade Brasileira de Educação Matemática – Regional Distrito Federal. Set/2011. Disponível em <http://www.sbemdf.com/images/anaisvebrem/minicurso/mc_027.pdf> Acesso em: 08 Out. 2012.

Tipo de trabalho: painel (pôster).