

**TK80 - A TRADIÇÃO EUCLIDIANA DOS SÉCULOS XVI A XVIII
NAS COLECCÇÕES DA BIBLIOTECA NACIONAL DE PORTUGAL****Bernardo Mota**

Universidade de Lisboa

O corpo das obras sobreviventes atribuídas a Euclides inclui duas obras de geometria pura, os *Elementos* e os *Dados*, e um conjunto de obras chamadas “menores”, de matemática aplicada, intituladas *Óptica*, *Catóptrica*, *Fenómenos*, e *Secção do Cânon*.

Pretendemos aqui descrever os materiais relacionados com esta tradição pertencentes às colecções da Biblioteca Nacional de Portugal (BNP). De seguida, tomando os *Elementos* como caso de estudo, pretendemos mostrar como esta obra era interpretada e explicada pelos autores dos manuscritos mais relevantes. A análise de conteúdo pretende, de forma breve, tocar três aspectos: tradução, demonstração e pedagogia. Especificamente, dá-se exemplos da variedade de escolhas de tradução/paráfrase do Latim para vernáculo; contextua-se historicamente as estratégias de demonstração das proposições seguidas pelas fontes portuguesas; finalmente, referem-se algumas anotações que procuravam esclarecer a finalidade e uso das proposições analisadas. No final, far-se-á referência um pouco mais aprofundada ao manuscrito BNP COD 2262, que inclui os comentários de Francisco de Melo à *Óptica* e *Catóptrica* de Euclides.

A Biblioteca Nacional de Portugal possui uma colecção de materiais relacionada com os *Elementos* de Euclides que, apesar de relativamente modesta, é muito interessante. Entre os impressos dos séculos XVI e XVII, contam-se as célebres edições de E. Ratdolt, Zamberto ou Cristóvão Clávio, assim como uma edição do comentário de Proclo (1533) pertencente a O. Fineu. Um dos volumes com a edição de Zamberto sobressai pelas numerosas anotações marginais que possui e que mostram leitura e estudo cuidadosos do impresso (BNP RES 1535 V). As obras menores também se encontram representadas, seja por estarem incluídas em edições das obras completas de Euclides, seja por estarem traduzidas autonomamente. A BNP possui, por exemplo, a tradução das obras ópticas feita por Inácio Dante (em italiano: *La Prospettiva di Euclide*, edição de 1573) ou ainda por Pedro Ambrosio Onderiz (em espanhol: *La Perspectiva, y Especularia de Euclides*, edição de 1585). O texto dos *Fenómenos*, na versão preparada por José d’Auria em 1591 também está disponível.

A colecção de manuscritos é um pouco mais restrita, mas igualmente interessante. Os códices relacionados com os *Elementos* pertencem, em geral, ao século XVIII. Alguns são cópia fiel de edições divulgadas na época; o COD BNP 5173 reproduz em Latim os primeiros seis livros dos *Elementos* da edição de Tacquet, que foram objecto de ensino em 1710-11 (na folha de rosto: “Elementa Geometriae Planae. Auctore P. Andrea Tacquet, Societatis Jesu. Joannes Barbosa de Araújo”); o COD BNP 5365 possui o texto do livro 8º dos *Elementos* tirado da edição de Manuel de Campos.

Outros códices apresentam traduções dos *Elementos* para vernáculo. O mais interessante é o COD BNP 5194, que reproduz as lições de José Sanches da Silva na

Aula Régia de Fortificação de Lisboa em 1739. José da Silva indica expressamente ter seguido Bernardo Lamy na primeira parte do seu curso matemático (respeitante à grandeza em geral); o mesmo não fez, contudo, na parte do seu curso dedicado aos *Elementos* de Euclides. Outros manuscritos são anónimos, como o códice 1863, que apresenta em tradução as enunciações de todas as proposições dos 15 livros dos *Elementos*, ou o códice 5201, que sabemos ter pertencido Tomás Correia, e que apresenta a tradução dos primeiros seis livros da mesma obra.

Apesar de a identificação das obras que serviram de base a estas traduções ainda não ser totalmente segura, a análise dos manuscritos realça desde logo duas das suas características fundamentais. A primeira é a liberdade exibida pelos autores na tradução para português de um texto canónico da história da matemática. A enunciação da proposição 4 do livro 2 dos *Elementos* ilustra bem a amplitude das soluções de tradução:

COD BNP 5194: “O quadrado de uma linha devedida em duas como quizerem he igual aos quadrados das duas partes, e a dois rectangulos feitos de huma parte por outra”;

COD BNP 1863: “Se huma linha recta for cortada em quaesquer duas partes, o quadrado de toda a linha he igual aos dous quadrados das duas partes, e a duas vezes o rectangulo das mesmas partes”;

COD BNP 5201: “Se huma linha for partida em dous segmentos, o quadrado de toda a linha é igual aos dous quadrados dos segmentos: e mais a dous rectangolos de ambos os segmentos”.

A segunda é a vertente pedagógica que apresentam, e que deriva de uma longa tradição que lentamente transformou os *Elementos* num manual de estudo destinado a níveis iniciais de matemática. O COD BNP 5194, por exemplo, procura identificar, para a maior parte das proposições dos *Elementos*, os usos que podem ter, as proposições sucessivas para que servem de lema ou outras finalidades específicas que possam servir, como nos dois exemplos dados em baixo [pp. 430-432]:

Elementos 2.4: “O quadrado de uma linha devedida em duas como quizerem he igual aos quadrados das duas partes, e a dois rectangulos feitos de huma parte por outra.” [...] “Uso: Serve esta proposição para a demonstração da seguinte e mais principalmente para a 12, e he o fundamento do methodo de que nos servimos para tirar a raiz quadra<da> de uma grandeza complexa ou composta, ou de hum numero composto de mais dados caracteres. por exemplo deste numero 529, que se comcidera como area de hum quadrado como ABCD, do qual se busca o lado em numeros, e este lado he chamado raiz quadrada, e he representada por dois careteres, que significão as partes AE, EB...” (a tradição de utilizar *Elementos* 2.4 para a extracção da raiz quadrada, está atestada em Teão de Alexandria).

Elementos 2.5: “Se huma linha recta for partida em duas partes iguais e em duas partes desiguais, o retangulo das partes desiguais com o quadrado da parte intremedia, que he a semidiferença, será igual ao quadrado da metade de toda a linha.” [...] “Uso: Esta proposição serve para demonstrar a 14, e tambem a 35 do livro 3.º, e assim tambem para demonstrar as principais propriedades da elypse, e he o fundamento das igualaçoes do 2.º grao, ou 2.ª

potencia. Serve mais para demonstrar que o producto da soma de quaisquer duas grandezas ou numeros desiguais pela sua diferença he igual a diferença dos seus quadrados: pois he evidente, que AD he a soma, BD a diferença dos dois numeros significados pelas linhas AC, CD, e que o excoço [=excesso] do quadrado CF do numero maior BC, ou AC sobre o quadrado GL do numero menor CD, a saber o gnomon FBL he igual ao retangulo da soma AD pela diferença BD.”

Diferente destes materiais é o manuscrito COD BNP 2262, que tem obras de Francisco de Melo (c. 1490-1536), o mais importante matemático português da sua época. Foi bolseiro de D. Manuel na Universidade de Paris, onde estudou (e leccionou) Artes, Matemática e Teologia. Ainda em Paris, Francisco de Melo redigiu diversos comentários a obras de Euclides e Arquimedes. Mandou depois copiá-los num pergaminho belamente ornamentado, com maiúsculas iluminadas e figuras desenhadas a cores, que ofereceu ao Rei D. Manuel I, como forma de agradecimento pelo apoio dado pelo monarca à sua estadia em Paris. O pergaminho foi, de facto, incluído na biblioteca do monarca (ou do seu sucessor, D. João III), mas um dos cosmógrafos-mor posteriores, Luís Serrão Pimentel, ofereceu-o a um diplomata espanhol seu amigo, que o levou para fora do país. Por morte, oferta ou herança, o manuscrito mudou sucessivamente de mãos até que acabou por se lhe perder o rasto.

Ainda assim, não se perdeu o seu conteúdo. Alguém mandou fazer uma cópia do original, sem que possamos determinar com segurança se ela foi feita a partir do texto escrito pela mão do próprio Francisco de Melo ou a partir do texto do pergaminho oferecido ao Rei (terá sido Serrão Pimentel a encomendá-la, antes de oferecer o original?). É esta cópia, de qualidade muito inferior, feita sobre papel e não pergaminho, sem iluminuras nem figuras desenhadas a cores, que veio a ser incluída nas colecções da Biblioteca Nacional de Portugal e recebeu a cota BNP COD 2262.

António Ribeiro dos Santos foi o primeiro a chamar a atenção para a existência desta cópia na BNP, em 1806. Desde então, muitos estudiosos nacionais e estrangeiros, entre os quais autoridades como Luís de Albuquerque ou Marshall Clagett realçaram a necessidade de estudar o manuscrito da BNP numa perspectiva europeia; o último chegou mesmo a editar uma pequeníssima parte do manuscrito, relacionada com Arquimedes, em obra premiada internacionalmente¹. As razões apontadas são muito fortes: trata-se da única obra de matemática sobrevivente de Francisco de Melo, é a única do género escrita por um matemático português de renome internacional e, mais importante talvez, constitui uma das primeiras tentativas de interpretação de textos ligados a Euclides e Arquimedes do Renascimento europeu. Uma descoberta inesperada veio trazer renovado interesse a esta investigação. A BNP foi informada, no final de 2011, de que o manuscrito que Francisco de Melo planeava oferecer ao Rei D. Manuel, aquele que mandara fazer em agradecimento pela bolsa de estudos de que usufruiu e

¹ Luís de Albuquerque realçou a importância da obra matemática de Francisco de Melo em muitos sítios, p.e. em: “Pedro Nunes e Diogo de Sá”, *Memórias da Academia de Ciências (Classe de Ciências)*, tomo XXI, 1976-1977, pp. 339-357. A edição de Marshall Clagett é esta: *Archimedes in the Middle Ages: The Fate of the Medieval Archimedes*, Philadelphia, American Philosophical Soc., 1978; o texto pertencente a Francisco de Melo pode ser encontrado no volume 3, pp. 146 ss.

cuja relação com a cópia arquivada na BNP permanece por esclarecer, tinha sido encontrado no Arquivo Municipal de Stralsund, no norte da Alemanha, depois de andar quase 300 anos desaparecido. Com a descoberta desta cópia criaram-se condições especialmente propícias para interpretar esta obra fundamental da cultura portuguesa e com uma relevância internacional tão evidente.

O que contém, afinal, este manuscrito, escrito em Latim? O códice começa com um pequeno tratado sobre a estrutura do olho e teoria geral da visão que ocupa 20 folhas e possui cerca de 20 proposições e 18 figuras (“Francisci de Mello de uideendi ratione atque oculorum forma in Euclidis perspectiuam corollarium”; em português: “Corolário de Francisco de Melo à *Óptica* de Euclides sobre a teoria da visão e a estrutura dos olhos”); seguem-se os comentários à *Óptica* de Euclides, que ocupam cerca de 35 folhas e têm 56 proposições e 101 figuras (“Perspectiua Euclidis Cum Francisci de Mello commentariis”; ou: “*Óptica* de Euclides, com os comentários de Francisco de Melo”), os comentários à *Catóptrica* do mesmo Euclides, que ocupam cerca de 40 folhas e apresentam 31 proposições e 89 figuras (“Francisci de Mello in Euclidis Megarensis speculariam Commentaria”; “Comentários de Francisco de Melo à *Catóptrica* de Euclides de Mégara²”) e, um pequeno estudo de estática durante muito tempo atribuído a Arquimedes, com apenas 8 folhas e 19 figuras (“Liber Archimedis de ponderibus siue de incidentibus in humidis”; em Português: “Livro de Arquimedes Sobre os Pesos, ou Sobre os Objectos que Caem em Líquidos”). No final, existe ainda um comentário dedicado a uma obra do astrónomo árabe conhecido pelo nome latino de Gebre, deixado em estado muito incompleto e apenas existente na cópia da BNP.

A visão geral apresentada já mostra o valor destes comentários, ao mesmo tempo tão específicos, por se debruçarem sobre textos de matemática-física, e abrangentes, por cruzarem tantas tradições diferentes, e todas elas com problemas tão peculiares. Só a reconstrução histórica da catóptrica antiga, por exemplo, é assunto complicado. As descobertas de resultados particulares raramente são atribuídas a algum autor e o próprio *corpus* de textos sobrevivente é escasso. Algumas (muitas?) das principais fontes estão perdidas; as que são conhecidas sofreram inúmeras alterações ao longo dos séculos, devido a cópia e edição, e sobrevivem apenas em versões medievais que as afastaram da versão original. Entre os textos sobreviventes, há um tratado confuso de Díocles, que levanta muitos problemas de interpretação, há um *Liber De Speculis*, durante muito tempo atribuído a Ptolemeu, mas hoje incluído entre as obras de Herão; os livros 3 e 4 da *Óptica* de Ptolemeu são dedicados à catóptrica; existe ainda um tratado atribuído a Antémio de Trales (séc. VI) do qual apenas parte sobrevive em Grego e em Árabe; a estes, deve acrescentar-se a *Catóptrica* atribuída a Euclides e é tudo. A esta tradição, deve somar-se a tradição medieval e a árabe, que só recentemente começou a ser investigada. O estudo da *Óptica* antiga e da sua transmissão constitui outro problema autónomo de investigação; o do tratado de pseudo-Arquimedes, outro

² Euclides de Mégara foi um filósofo que viveu cerca de 400 a.C. O Euclides que terá escrito os *Elementos* e as obras comentadas por Francisco de Melo floresceu cerca de 300 a.C. Os dois foram confundidos até ao século XVI.

ainda. O tópico discutido no primeiro tratado (estrutura do olho e teoria da visão), está relacionado com a filosofia natural e oftalmologia e inclui citações de Alhacen, Aristóteles, Platão, Galeno e Vitelo. Esta tradição é estranha aos tratados ópticos de Euclides; portanto, Melo não se baseia exclusivamente na tradição euclidiana, mas aponta para uma fase da história da ciência em que todas estas diversas tradições se cruzaram. O processo de articulação de argumentos vindos da filosofia natural e da oftalmologia com outros existentes na *Óptica* e *Catóptrica* euclidianas pode ser clarificado com o estudo dos comentários de Melo.

O COD BNP 2262 não permite apenas traçar o desenvolvimento de cada uma das tradições indicadas. A análise de conteúdo permite compreender melhor a prática do ensino no século XVI na Universidade de Paris, através das diversas alusões que Melo faz, p.e., a a experiências feitas pelo seu professor de matemática (Pedro Briseu) e que confirmam alguns dos postulados e proposições que analisa, como por exemplo, quando acrescenta, a propósito do segundo corolário ao terceiro princípio da *Catóptrica*: “Hoc certe a doctissimo preceptore meo Petro Briseo multis experimentis frequenti consessu complurimis ex amicis nostris demonstratum est”. A mesma análise de conteúdo permite ainda observar o esforço que Francisco de Melo faz para melhorar a coerência interna dos textos originais de Euclides. Melo confronta sempre o seu comentário à *Óptica* e à *Catóptrica* com o texto de Zamberto, explicitando as proposições dos *Elementos* de Euclides ou das *Esféricas* de Teodósio que são usadas implicitamente nas proposições que analisa, ou acrescentando lemas, corolários e outros resultados menos importantes da sua lavra (um exemplo mais abaixo). Se umas vezes acrescenta, outras apaga, tirando do texto euclidiano tudo o que parece inconsistente ou inútil, como é o caso dos três últimos postulados da catóptrica que, apesar de incluídos na versão de Zamberto, não são sequer referidos por Melo.

Também importante é o facto de, aqui e ali, Melo deixar escapar uma afirmação que permite vislumbrar o conteúdo dos seus comentários aos *Elementos*, hoje perdidos. Um exemplo é a informação incluída no comentário à prop. 5 da *Catóptrica*: “Por esta razão, por um dos nossos corolários ao primeiro de Euclides; por exemplo, ‘se num triângulo um ângulo for cortado por uma linha recta, esta, prolongada, encontrará a linha subtensa ao mesmo ângulo’...” [BNP 73r; Stralsund 78r: “Quare per vnum ex corrogatis a nobis in primum Euclidis: puta (si in triangulo angulus aliquis secetur aliqua recta linea, ea tandem producta occurret linee subtense eidem angulo)...”]

Por vezes, Melo acaba mesmo por incluir no comentário às obras ópticas de Euclides proposições que claramente pertencem à tradição comentarística dos *Elementos*. Assim sucede com o seguinte lema (BNP COD 2262, f. 84r; o leitor poderá facilmente reconstruir a figura necessária a partir do texto):

Lema

Se, num dado ponto de uma linha recta dada, se traçarem duas linhas para lados diferentes [da recta dada] e estas fizerem ângulos no vértice iguais, então estas duas linhas rectas estarão em linha recta [uma em relação à outra].

Seja AB a linha recta; no ponto D da qual se tracem as duas linhas CD, DE; e que estas façam os ângulos CDA, BDE iguais. Afirimo que CE constitui uma linha recta única. Com efeito, visto que CD está levantada sobre a linha recta AB; então, pela décima terceira do primeiro [livro dos *Elementos*], os ângulos ADC, CDB são iguais a dois rectos. Mas o ângulo CDA é igual ao ângulo BDE, por hipótese; logo, por noção comum, se se adicionar a estes o mesmo ângulo CDB, os dois ângulos CDA, CDB serão iguais aos dois [ângulos] CDB, BDE. Mas provou-se que os dois primeiros são iguais a dois rectos; logo, também os dois referidos a seguir [são iguais a dois rectos]. Por conseguinte, no ponto D da linha recta AB, traçaram-se as duas linhas CD, DE, não para o mesmo lado [da linha recta AB], que fazem dois ângulos iguais a dois rectos; logo, pela décima quarta do primeiro [livro dos *Elementos*], CE encontra-se em linha recta, o que se queria provar. Portanto, se num dado...

O lema precede a proposição décima sexta da *Catóptrica* de Euclides (“Em espelhos planos, cada um dos objectos que cai sob o olhar, vê-se na perpendicular daquilo que [cai] sob o olhar”³), mas encontra-se deslocado do seu sítio próprio, porque constitui o converso de *Elementos* 1.15 (“Se duas linhas rectas se intersectam, fazem os ângulos no vértice iguais”) e pertence, claramente, à tradição comentarística dessa outra obra de Euclides. Sinal disso é o facto de Proclo, por exemplo, o ter incluído no comentário ao primeiro livro dos *Elementos* que escreveu no século V d.C. Isto faz pensar que Melo, pelo contrário, não considerou relevante incluir o teorema citado nos seus comentários a essa obra, caso contrário teria simplesmente remetido para o passo relevante.

Como se vê, os materiais da BNP têm um interesse muito vasto, pois permitem completar a história da matemática na Europa no século XVI. O passo seguinte da investigação é completar a análise do conteúdo dos manuscritos descritos e procurar os comentários perdidos de Francisco de Melo, pelo muito que poderão elucidar sobre o percurso da matemática no período do Renascimento.

Referências Bibliográficas

Albuquerque, Luís de, 1992, “Matemática e Matemáticos em Portugal”, in Serrão, Joel, *Dicionário de História de Portugal*, Porto, Iniciativas Editoriais, Livraria Figueirinhas, 1992, vol. II, pp. 972-977.

Albuquerque, Luís de, *Fragmentos de Euclides numa versão portuguesa do século XVI*, Coimbra, Junta de Investigações do Ultramar, 1969.

Leitão, Henrique (Com.); Martins, Lúcia de Azevedo (Coord.), *O Livro Científico Antigo dos séculos XV e XVI. Ciências físico-matemáticas na Biblioteca Nacional. Catálogo de livros científicos dos séculos XV e XVI*, Lisboa, Biblioteca Nacional, 2004.

³A expressão de Melo é um tanto ou quanto pleonástica; em Zamberto lê-se: “Em espelhos planos, qualquer objecto avistado aparece na perpendicular que cai do objecto ao plano do espelho”.

Leitão, Henrique (com.); Martins, Lígia de Azevedo (coord.), *Sphaera Mundi: A Ciência na «Aula da Esfera». Manuscritos Científicos do Colégio de Santo Antão nas colecções da BNP*, Lisboa, Biblioteca Nacional de Portugal, 2008.

Leitão, Henrique (Com.); Martins, Lígia de Azevedo (Coord.), *Estrelas de Papel. Livros de Astronomia dos séculos XIV a XVIII*, Lisboa, Biblioteca Nacional de Portugal, 2009.

Marshall Clagett, *Archimedes in the Middle Ages: The Fate of the Medieval Archimedes*, Philadelphia, American Philosophical Soc., 1978, volume 3, pp. 146 ss.

Santos, Luís Miguel Ferreira, *D. Francisco de Melo. Biografia e escritos*, Universidade de Coimbra, 2007 (Tese de Mestrado).