CDD: 146.5

Representação Matemática e Crítica às Teorias Indivisibilistas em Thomas Bradwardine[1]

MÁRCIO A. DAMIN CUSTÓDIO

Departamento de Filosofia
Universidade Federal da Bahia
SALVADOR, BA

msdamin@gmail.com

Resumo: *Em seu tratado* **De continuo***, escrito entre 1325 e 1343, Thomas Bradwardine (1290-1349) afirma que o contínuo da natureza (movimento, tempo, lugar e temperatura) pode ser representado e medido pelo contínuo matemático (linha superfície e sólido). No espaço geométrico, tal medida é possibilitada pelo uso de pontos (discretos, indivisíveis) como marcas do contínuo que se pretende medir. Como Aristóteles, Bradwardine compreende que o contínuo não pode ser constituído por indivisíveis. A despeito deste compromisso com Aristóteles, Bradwardine sugere que os pontos que marcam a representação matemática do contínuo da natureza representam partes do contínuo marcado. Em meu artigo, procuro mostrar como Bradwardine pode afirmar, ao mesmo tempo, que o contínuo da natureza pode ser representado pelo contínuo geométrico e, também, que esta representação não é a admissão de indivisíveis como partes componentes do contínuo.*

Palavras-chave: *Contínuo. Atomismo. Thomas Bradwardine. Aristóteles.*

Em seu tratado *De continuo*,[2] escrito entre 1325 e 1343, Thomas Bradwardine (1290-1349) sustenta que o contínuo da natureza (movimento, tempo, lugar e temperatura) pode ser representado e medido pelo contínuo matemático (linha,

[1] Uma versão em inglês e bastante reduzida deste texto foi enviada para publicação em: GRELLARD, C; ROBERT, A. *Atomism and its place in Medieval Philosophy*, Leiden: E. J. Brill, no prelo.

[2] BRADWARDINE, T. Tractatus de continuo. In: MURDOCH, J. E. *Geometry and the Continuum in Fourteenth Century*: A Philosophical Analysis of Thomas Bradwardine's "Tractatus de Continuo". PhD Thesis. University of Wisconsin, 1957. p. 339-471.

plano e sólido). No espaço geométrico, esta medição é possível pelo uso de pontos (discretos, indivisíveis) como marcadores do contínuo que se pretende medir.

Surge, desta relação entre o contínuo físico e o contínuo matemático, uma dificuldade para o autor. Semelhantemente a Aristóteles, Bradwardine entende que o contínuo não pode ser composto por indivisíveis. No entanto, sua afirmação de que o contínuo da natureza pode ser representado pelo contínuo matemático, marcado por pontos (indivisíveis), sugere que estes pontos são partes do contínuo que estão marcando. Neste texto, procuro expor como Bradwardine sustenta, ao mesmo tempo, que o contínuo da natureza pode ser representado pelo contínuo geométrico, marcado por indivisíveis, mas que isto não significa a admissão de que tais indivisíveis compõem o contínuo.

1. A Estrutura do *De continuo*

O problema do contínuo encontra-se, no início do século XIV, em textos de teologia, física e matemática.[3] Pode-se especular que tal preocupação se deve à dificuldade em conciliar a estrutura finita e eterna do mundo, conforme a filosofia da natureza de Aristóteles, com a doutrina cristã da infinitude do poder de Deus e da finitude de toda criatura.[4] No *De contínuo*, este problema teológico

---

[3] Os teólogos cristãos preocuparam-se em saber quais são os atributos que são ditos da infinitude de Deus. Desta maneira, o infinito e, por conseqüência, o contínuo, ao invés de serem tratados exclusivamente em comentários de filosofia da natureza, também o foram em obras de teologia. Na maioria das vezes, como parte do comentário ao primeiro livro das *Sentenças*. Especula-se que Bradwardine tenha escrito um comentário às *Sentenças*. Trata-se de um códice anônimo, cujo texto aguarda semelhança com o *De futuris contingentibus* e o *De causa Dei* (1344), obras de Bradwardine. Especula-se, ainda, que tais questões foram escritas entre 1332 e 1333, uma vez que, em 1333, Bradwardine deixou Oxford e se encaminhou para Lincoln, iniciando o exercício do sacerdócio. Vide BRADWARDINE, T; GENET, J-F; TACHAU, K. (Ed.). La lecture de Thomas Bradwardine sur les Sentences. *Archives d'histoire doctrinale et littéraire du moyen age*, t. 57, 1990-1991, p. 301-306.

[4] A dificuldade para conciliar a filosofia da natureza de Aristóteles com a doutrina cristã é tratada por Bradwardine, com mais ênfase, em sua principal obra de teologia, o *De causa Dei contra Pelagium*. Os conceitos de infinito e vazio, por exemplo, são o epicentro de cinco corolários sobre a imutabilidade de Deus, uma vez que o autor investiga, segundo a

não é tratado, mas comparece secundariamente. A obra, que possui uma estrutura aparentemente axiomática, vale-se preponderantemente de conceitos e proposições da matemática e da física e pertence a uma dessas ciências.[5]

O âmbito teológico do texto pode ser observado na argumentação pelo poder infinito de Deus, que permite a extensão dos limites da investigação sobre a natureza para além do permitido pela física de Aristóteles.[6] O único limite, argumentando-se deste modo, é o da lógica, ou seja, tudo é possível desde que não implique contradição. Investiga-se o que é previsto e possível segundo a filosofia da natureza de Aristóteles e também aquilo que é possível a Deus; no primeiro caso, argumenta-se segundo a natureza última das coisas e, no segundo, de acordo com a imaginação.[7]

---

imaginação, se da onipresença de Deus, se pode argumentar pela existência de um vazio infinito para além da última esfera dos céus. Vide BRADWARDINE; SAVILLE, H. (eds.) *De causa Dei contra Pelagium et de virtute causarum ad suos Mertorenses libri tres.*. Londres, 1618.

[5] Para Murdoch, ela é essencialmente matemática, vide MURDOCH, J. Infinity and continuity. In: KRATZMAM; KENNY; PINBORG (ed.). *Cambridge History of Later Medieval Philosophy.* Cambridge: Cambridge University Press, 2003, p. 564-591. Para Sylla, é essencialmente física, vide: SYLLA, E. Thomas Bradwardine's *De continuo* and the structure of Fourteenth-Century learning. In: SYLLA; McVAUGH. *Texts and Contexts in Ancient and Medieval Science:* Studies on the Occasion of John E. Murdoch's Seventieth Birthday. Leiden: Brill, 1997, p. 148-186.

[6] Como afirma Murdoch: "O elemento teológico mais influente era precisamente o conceito de onipotência de Deus. Escritores começaram a basear suas análises do infinito e do contínuo em tudo o que se podia argumentar com base no poder absoluto de Deus. E, uma vez que o poder absoluto de Deus estendia-se a tudo o que não incluía contradição, invocar seu poder para examinar o infinito ou a continuidade era o mesmo que transferir uma análise do âmbito do fisicamente possível (segundo os limites da filosofia natural de Aristóteles) ao mais alargado âmbito do logicamente possível" (MURDOCH, J. Infinity and Continuity, p. 566).

[7] Os debates sobre as teses atomistas, que ocorreram nos séculos XIII e XIV, caracterizam-se pelo enfraquecimento das classificações das ciências, o que pode ser constatada pela proximidade entre a teologia e a filosofia da natureza. Murdoch sugere que há um caráter unitário da ciência do século XIV, que se explica pelo uso da teoria das suposições (da lógica) e da teoria das proporções (da aritmética) de Boécio, pelo hábito de argumentar *de potentia Dei absoluta* e também *secundum imaginationem*. Vide MURDOCH, J.

A estrutura aparente do *De contínuo*, com axiomas, definições e suposições que permitem a afirmação extensiva das conclusões que se seguem, não é suficiente para caracterizá-lo como uma obra matemática, tanto pelo conteúdo das proposições predominantemente físicas, quanto pelo fato de Bradwardine valer-se da forma axiomática em outras obras, a saber, no *De proportionibus,* texto cujo conteúdo é físico, e no *De causa Dei,* seu tratado de teologia.[8] As partes mais condizentes com a apresentação axiomática são I e II, as definições, a parte III, suposições, e a IV, composta por conclusões preliminares. Uma vez que estas quatro partes iniciais dão os termos e as proposições a serem utilizadas pelo autor no restante da obra, pode-se chamá-las de partes positivas. Na seqüência, encontra-se um movimento refutatório no texto, com três de suas partes (V-VII) obedecendo à seguinte estrutura argumentativa: hipótese contra-factual, a qual se segue uma série de seções iniciadas por "se a hipótese contra-factual fosse verdadeira, então, seguir-se-ia conclusões falsas ou impossíveis", o que, ao final, revela o caráter absurdo da hipótese. As duas últimas partes apresentam, respec-

---

From Social into Intellectual Factors: An Aspect of the Unitary Character of Late Medieval Learning. In: MURDOCH; SYLLA (Ed.). *The Cultural Context of Medieval Learning.* Dordrecht: Reidel, 1975, p. 271-339. Sylla sustenta que o texto do *De continuo* é paradigmático dessa busca pela unificação das ciências, processo que, para ela, desenvolveu-se no debate entorno dos indivisíveis. Vide: SYLLA, E. Thomas Bradwardine's *De continuo* and the Structure of Fourteenth-Century Learning, p. 149.

[8] A apresentação axiomática do texto é preferida por Bradwardine na construção de seus tratados, mesmo no *De causa Dei.* Vide o seguinte exemplo, que combina elementos de teologia, como a onipresença de Deus, e de filosofia da natureza, como as noções de vazio e de infinito: "1. Primeiro, em essência e em presença, Deus está necessariamente em todo lugar do mundo e em todas as suas partes; 2. E, para além do mundo real, em um lugar ou em um vazio infinito imaginário; 3. E tão verdadeiramente ele pode ser chamado imenso e ilimitado; 4. E, então, uma réplica pode surgir para as questões dos gentis e hereges – 'Onde está o teu Deus?' e, 'Onde estava Deus antes do mundo?'; 5. E também parece óbvio que um vazio pode existir sem um corpo, mas de modo algum pode existir sem Deus" (*De causa Dei*, lib. 1, Cap. 5, p. 177). Os cinco corolários foram editados em: GRANT. *Source Book in Medieval Science.* Harvard: Harvard University Press, 1974. Selection 73: On God-filled Extramundane Infinite Void Space. p. 555-568.

tivamente, um sumário das hipóteses reduzidas ao absurdo, seguida da tese do autor sobre a não existência dos indivisíveis (ressalvando-se a possibilidade de seu uso como marcadores do contínuo matemático).[9]

<table>
<tr><th colspan="4">Divisão do Texto</th></tr>
<tr><td>Parte I</td><td colspan="2">Definições</td><td rowspan="4">Partes positivas</td></tr>
<tr><td>Parte II</td><td colspan="2">Definições sobre o infinito</td></tr>
<tr><td>Parte III</td><td colspan="2">Suposições</td></tr>
<tr><td>Parte IV</td><td colspan="2">Conclusões preliminares</td></tr>
<tr><td>Parte V</td><td rowspan="3">Reduções ao absurdo das hipóteses sobre a composição do contínuo por indivisíveis</td><td>Indivisíveis imediatos</td><td rowspan="3">Partes refutatórias</td></tr>
<tr><td>Parte VI</td><td>Indivisíveis mediatos finitos</td></tr>
<tr><td>Parte VII</td><td>Indivisíveis mediatos infinitos</td></tr>
<tr><td>Parte VIII</td><td colspan="2">Sumário das hipóteses refutadas</td><td rowspan="2">Partes conclusivas</td></tr>
<tr><td>Parte IX</td><td colspan="2">Conclusão (que os indivisíveis não existem, mas que podem ser utilizados no contínuo matemático como marcadores)</td></tr>
</table>

A estrutura da obra revela a facilidade do autor para relacionar termos e proposições da matemática e da física. Ela parece não coadunar com as teorias classificatórias das ciências, típicas do aristotelismo medieval, que enfatizam a

[9] Sigo a estrutura do texto estabelecido na Tese de Doutorado de Murdoch. A divisão da estrutura em três grandes partes, positiva, refutatória e conclusiva segue o que foi estabelecido por Sylla. Evito, contudo, o nome "dialético" proposto por ela, que substituo por "refutatório", por entender que reflete melhor o caráter do texto. Também minha divisão das partes do texto não é a mesma adotada por Sylla. Sigo a divisão do texto em Murdoch. Sylla, por sua vez, toma as duas primeiras partes como uma, nomeando-a por "definições", o que acaba gerando uma discrepância entre a minha numeração neste texto e a presente nos textos de Sylla. Assim, o texto, para ela, termina com a numeração VII, que para mim é a parte VIII. Vide SYLLA, E. Thomas Bradwardine's *De continuo* and the structure of Fourteenth-Century learning. p. 155-157.

proibição da passagem de uma demonstração científica de um gênero para outro, conhecida como proibição da *metábasis*.[10]

[10] Os medievais criam encontrar em Aristóteles uma organização coerente e abrangente do conhecimento humano. Esta classificação baseia-se em dois princípios. O primeiro princípio classifica as ciências de acordo com o tipo de conhecimento que se quer adquirir: prático, produtivo ou teorético. Assim, deve se medir o conhecimento adquirido de acordo com a pergunta feita, ou seja, nesta classificação, é o sujeito que determina o tipo de conhecimento que deseja obter (Vide *Metafísica* A, 1, 980a21-981a28,b13-25). O segundo princípio classifica as ciências de acordo com o objeto que cada uma delas busca conhecer, sendo que para cada objeto corresponde uma única ciência. O objeto determina quais axiomas serão necessários e que tipo de proposição será utilizada; os axiomas e as proposições, por sua vez, entendidos como o meio para atingir um determinado objetivo, condicionam o conhecimento adquirido, ou seja, o grau de certeza com que se pode conhecer determinado gênero de objetos. Os dois princípios classificatórios impõem uma cisão no edifício teórico, uma vez que para cada gênero de objetos a ser investigado corresponde uma ciência distinta, com princípios e procedimentos que lhe são próprios. A especificidade impede o uso de conceitos e proposições constituídos no âmbito próprio de uma em outra ciência. Exceção à regra é feita àquelas ciências que se encontram em uma relação de subalternação que designa a dependência de uma ciência de outra ciência; esta dependência se dá pelos princípios e pelo objeto que se investiga. As ciências subalternantes, termo que designa a ciência da qual outra depende, podem transmitir conceitos e proposições para as ciências subalternadas, àquelas que dependem de outra ciência: "a ciência que se baseia em poucas (afirmações) é anterior àquela que introduz condições ulteriores; assim, a aritmética é anterior à geometria" (*Segundos analíticos*, A, 27, 87a31-7). Os medievais tendem a enfatizar a divisão das ciências em gêneros distintos, apoiando-se em passagens de Aristóteles, como: "Nada se pode provar ao se passar de um gênero para outro – por exemplo, de algo geométrico para algo aritmético" (*Segundos analíticos* I, 7, 75a38-b6). O impedimento de se transmitir conceitos e proposições entre as ciências ficou conhecida por proibição da *metábasis*. Para uma discussão mais aprofundada sobre a *metábasis*, vide: LIVESEY, S. *Metabasis:* The Interrelationship of the Science in Antiquity and the Middle Age. PhD Thesis. Los Angeles: University of California, 1982. Vide também LIVESEY. The Oxford Calculatores, Quantification of Qualities, Aristotle's Prohibition of Metabasis. *Vivarium*, XXIV, n. 1, 1986. Sobre a discussão pelo caráter unitário da ciência no século XIV, vide LIVESEY, S. T. *Theology and Science in the Fourteenth Century;* Three questions on the unity and subalternation of the science from John of Reading's Commentary on the Sentences. Leiden: Brill, 1989.

A proibição sustenta que, ao cruzar dois gêneros distintos de ciências, dadas as suas propriedades comuns, obtém-se apenas conhecimento do que é por acidente, ao passo que o conhecimento do que não é por acidente só pode ser obtido quando o termo médio é do mesmo gênero dos dois outros termos do silogismo categórico.[11] Contudo, o próprio Aristóteles apresenta exceções: "Porém, as demonstrações não se aplicam a outro gênero, exceto, como já foi dito, as demonstrações geométricas que se aplicam às demonstrações da mecânica ou da ótica, e as aritméticas que se aplicam à harmonia".[12] Estas ciências, denominadas pelos medievais de mistas ou intermediárias, não possibilitam um conhecimento do quê (*quia*), mas somente produzem um arrazoado (*propter quid*) sobre o que investigam, muito embora desconheçam a essência. Este pode parecer, a primeira vista, ser o caso da ciência que trata das magnitudes e, portanto, da medição do contínuo de Bradwardine, por oposição à filosofia da natureza expressa por Aristóteles na *Física*, entendida como uma ciência que conhece o quê, mas desconhece o fenômeno das magnitudes e medidas dos contínuos da natureza. Não resta dúvida que o *De contínuo* cruza termos e proposições matemáticos e físicos. Já no início da definição dos termos, na parte I, isto fica evidente pelo vocabulário: contínuo, corpo, linha, superfície, ponto, instante, movimento, *motum esse*, matéria de movimento e grau de movimento.

[11] *Segundos Analíticos* I, 9, 75b38-76a8.

[12] *Segundos Analíticos* I, 9, 76a22-25. Deve-se enfatizar que uma ciência depende da outra em princípios e provas, não porque os objetos de ambas sejam do mesmo gênero. Os princípios e as provas obtidos de outra ciência devem fornecer um *modus considerandi* semelhante. Assim, a ótica subalterna-se à geometria não porque seu objeto é geométrico, mas porque ele é investigado como se fosse um objeto geométrico, ou seja, os raios de luz são investigados como se fossem retas geométricas. Vide LIVESEY, S. T. *Theology and science in the Fourteenth Century*. p. 24.

<table>
<tr><th colspan="3">Primeiras Definições[13]</th></tr>
<tr><td>1</td><td>Contínuo</td><td rowspan="2">Matemático</td></tr>
<tr><td>2</td><td>Contínuo Permanente</td></tr>
<tr><td>3</td><td>Contínuo Sucessivo</td><td rowspan="2">Físico</td></tr>
<tr><td>4</td><td>Corpo</td></tr>
<tr><td>5</td><td>Superfície</td><td rowspan="4">Matemático</td></tr>
<tr><td>6</td><td>Linha</td></tr>
<tr><td>7</td><td>Indivisível</td></tr>
<tr><td>8</td><td>Ponto</td></tr>
<tr><td>9</td><td>Tempo</td><td>Físico</td></tr>
<tr><td>10</td><td>Instante</td><td>Matemático</td></tr>
<tr><td>11</td><td>Movimento</td><td>Físico</td></tr>
<tr><td>12</td><td>Motum Esse</td><td>Matemático</td></tr>
<tr><td>13</td><td>Matéria de Movimento</td><td rowspan="2">Físico</td></tr>
<tr><td>14</td><td>Grau de Movimento</td></tr>
</table>

Na parte III pode-se ir além da simples enumeração de termos de ambas ciências para mostrar a relação entre a matemática e a física. O autor trata da ciência do contínuo argumentando que, ao menos para esse caso, é lícita e necessária à *metábasis*. O argumento de Bradwardine inicia com duas proposições do domínio das matemáticas, uma vez que tratam da quantidade: Suposição 1, "Tudo que é mais largo pode ser dividido no que é igual e na diferença pela qual ele excede";[14] Suposição 2, "Se o finito é adicionado ao finito o todo será finito".[15] Na seqüência, Bradwardine estabelece uma proposição sobre o caráter e a relação entre as ciências que investigam o contínuo, sejam elas a matemática, a física ou a teologia: Suposição 3, "Quando não há causa de diversidade ou dessemelhança, o julgamento deve ser assumido como sendo similar".[16]

[13] *De continuo*, I, def. 1-14, p. 339.

[14] "Omne maius posse dividi in equale et in differentiam qua excedit" (*De continuo*, III, sup. 1, p. 349).

[15] "Si finitum addatur finito, totum erit finitum" (*De continuo*, III, sup. 2, p. 349).

[16] "Ubi diversitatis vel dissimilitudinis nulla est, causa simile iudicatur" (*De continuo*, III, sup. 3, p. 349).

A suposição 3 sustenta que, se a ciência do contínuo estiver baseada nos mesmos princípios, pode-se assumir a conclusão obtida em uma ciência como similar a todas as demais. Esta suposição permite que o autor estabeleça a conclusão provisória 30, na qual generaliza a composição do contínuo: o que for dito sobre a composição do contínuo em uma das ciências deve valer para as demais (Conclusão 30: "Se um contínuo tivesse átomos imediatos, fosse ele finito ou infinito, qualquer contínuo também teria [átomos]").[17] Bradwardine justifica a generalização de 30 com base em 3 ("Isto é claro pela suposição 3").

Na prova da Conclusão 120, Bradwardine assume como um fato comum a impossibilidade da composição infinitamente indivisível do contínuo físico, representado por um líquido. Dado 3, generaliza-se a impossibilidade para todos os outros gêneros de contínuos estudados em outros gêneros de ciências, a saber, matemáticas e teologia. [18] Mantém-se sempre a ressalva da suposição 3 para os casos em que não há diversidades ou dessemelhanças, o que não ocorre nos diversos tratamentos do contínuo, mas, obedecida esta regra, tem-se a licitude da *metábasis*.[19]

---

[17] "Si unum continuum habeat athoma immediata et infinita sive finita, quodlibet sic habere" (*De continuo*, IV, concl. 30, p. 379).

[18] Conclusão 120 [prova]: "Assuma que dois líquidos juntam-se de modo a formar um contínuo. Então, dois indivisíveis da matéria-prima, que eram anteriormente os finais daqueles corpos líquidos, não serão corrompidos, nem haverá outros gerados entre eles. Portanto, eles permanecem imediatos e também as partes de quantidade situados neles. Portanto, [pela conclusão] 30, assim o é com todo contínuo"; "Concurrant duo liquida ad continuationem; tunc due prime materie indivisibiles, que prius fuerunt termini illorum corporum liquidorum, non corrumpuntur; nec alia generatur inter eas. Igitur manent ibi immediate, igitur et puncta quantitatis situata in illis. Igitur per 30 est ita de omni continuo" (*De continuo*, VII, concl. 120, p. 443-444).

[19] Suposição 4, "Toda ciência é assumida como verdadeira quando não supõe que um contínuo é composto por indivisíveis. Diz-se isso porque algumas vezes as proposições das outras ciências [não físicas] são usadas como se fossem manifestas, porque seria muito demorado pronunciar-se sobre tudo. Quando, contudo, outras ciências tratam do composto do contínuo como sendo indivisíveis, estes não são tomados como verdadeiros, pois se deve evitar uma *petitio principii*" - "Omnes scientias veras esse ubi non supponitur

Ao final da parte VIII do *De continuo*, após apresentar o sumário das hipóteses reduzidas ao absurdo, Bradwardine trata novamente da relação entre a geometria e a filosofia natural. Primeiro, lança uma hipótese contra-factual, por intermédio de Averróis. Trata-se de investigar se é possível obter conhecimentos distintos por intermédio de duas ciências distintas, e se esse é o caso para a investigação do contínuo:

> Averróis, em seu comentário à *Física* III, sustenta que os filósofos naturais demonstram a infinita divisibilidade do contínuo e que o geômetra não a prova, apenas a supõe, como o fora demonstrado na filosofia natural. Portanto, as demonstrações geométricas feitas anteriormente podem ser desafiadas, uma vez que: 'a geometria supõe que o contínuo não é composto de indivisíveis e que isto não pode ser demonstrado'.[20]

Na seqüência, porém, Bradwardine sustenta que, na geometria de Euclides, ou em qualquer outra geometria, o contínuo não pode ser composto por indivisíveis mediatos e que qualquer geometria pode provar isso, ou seja, demonstrar por redução ao absurdo:

> Entre as demonstrações geométricas não está estabelecido que um contínuo não é composto por indivisíveis, nem é dialeticamente requerido, uma vez que não o é no Livro V de Euclides. E de modo similar nenhum geômetra supõe, em qualquer demonstração, que um contínuo não é composto de indivisíveis mediatos infinitos, porque, dado o oposto, nenhuma demonstração chegará a parte alguma, uma vez que é indutivamente claro para qualquer um que sabe como demonstrar conclusões

---

continuun ex indivisibilibus componi. Hoc dicit quia aliquando utitur declaratis in aliis scientiis tamquam manifestis, quia nimis longum esset hec omnia declarare. Ubi autem tractat de compositione continui ex indivisibilibus non supponit eas veras esse propter petitionem principii evitandam" (*De continuo*, III, sup. 4, p. 349).

[20] "Avroys in commento suo super 3m *Physicorum,* ubi dicit, quod Naturalis demonstrat continuum esse divisibile in infinitum, et geometricaliter hoc non probat sed supponit tamquam demonstratum in scientia naturali, potest igitur impugnare demonstrationes geometricas prius factas dicendo: 'Geometriam ubique supponere continuum ex indivisibilibus non componi, et illud demonstrari non posse'" (*De continuo*, VIII, concl. 141, p. 460).

> geométricas. É verdade que Euclides, em sua geometria, supôs que um contínuo não é composto de átomos finitos e mediatos, muito embora ele não tenha explicitamente proposto isto entre suas suposições. Se o oponente dissesse o oposto e estabelecesse que uma linha fosse composta por dois pontos, Euclides não poderia demonstrar sua primeira conclusão, porque um triângulo eqüilátero não pode se localizar na linha, pois não teria ângulo.[21]

Na continuação da passagem, o leitor é levado a compreender, contrariamente ao que foi atribuído a Averróis, que as demonstrações geométricas não apenas são um bom instrumento para se tratar do contínuo, como também servem para eliminar teorias atomistas: "Pois o que é introduzido axiomaticamente, por omissão, não deve ser atribuído à insuficiência da argumentação. É suficiente para a geometria demonstrar ostensivamente e partindo de seus próprios princípios."[22] Esta afirmação sustentam-se pelas conclusões 20 e 66, ambas matemáticas, e na passagem da 20 para a conclusão 58, válida tanto para a matemática quanto para a física:

---

[21] Non enim ponitur, inter demonstrationes geometricas, continuum non componi ex indivisibilibus, nec dyalecticer indiget[ur] ubique, quamvis in 5to Elementorum Euclidis sumitur, nec geometricaliter in aliqua demonstratione supponitur continuum non componi ex infinitis indivisibilibus mediatis, quia, dato eius opposito, quelibet demonstratio non minus procedit, ut patet inductive scienti conclusiones geometricas demonstrare.

Verumtamen Euclides in geometria sua supponit, quod continuum ex finitis et immediatis athomis non componitur, licet hoc inter suas suppositiones expresse non ponat.

Si falsigraphus dicat contrarium, et ponat aliquam lineam ex duabus punctis componi, Euclides non potest suam conclusionem primam demonstrare, quia super huius lineam non posset triangulus equilaterus collocari, quia nullum angulum haberet, ut patet per 16am et eius commentum." (*De continuo*, VIII, concl. 141, p. 460).

[22] "Sed illud quod est per omissionem axiomate introductum, insufficientie arguentis imputari non debet. Est enim geometria sufficiens ostensive, et per possibile ex propriis principiis [potest] demonstrare." (*De continuo*, VIII, concl. 141, p. 461).

Conclusão 20: Toda reta pode ser dividida em muitas retas.[23]	Matemático
Conclusão 58: Se for assim [se um contínuo for composto por finitos átomos], os átomos de um contínuo são unidos de modo não mediado.[24]	Válido indistintamente para todos os gêneros de contínuo, logo para todas as ciências que tratam do contínuo.
Conclusão 66: Toda reta possui infinitas retas como partes.[25]	Matemático

Nota-se que a conclusão 58 tem como conseqüência uma impossibilidade, qual seja, que os átomos de qualquer contínuo, que se suponha composto por eles, estejam imediatamente unidos. Ora, uma vez que átomos só podem tocar uns aos outros totalmente, e uma vez que não têm partes,[26] tal toque implicaria em sobreposição. Como conseqüência, tem-se a impossibilidade da composição atômica de qualquer contínuo. Por meio das conclusões 20 e 66, fica claro que, para Bradwardine, em geometria, a composição de qualquer contínuo é postulada como "infinitas partes também contínuas". Retomando a conclusão 58, trata-se da impossibilidade da composição do contínuo por átomos finitos e mediatos, uma vez que, na física, isto implicaria apenas em contigüidade. Pode-se, então, generalizar (suposição 3 e conclusão 30) e afirmar que Bradwardine não aceita nenhuma proposição que avente a possibilidade da existência de átomos.

2. Etapas Formadoras do Problema do Contínuo

Há três etapas formadoras do problema do contínuo, tratado segundo a estrutura descrita acima: a primeira sustenta que se deve estar de acordo com a filosofia da natureza de Aristóteles; segunda, que se deve estar de acordo com a doutrina cristã; terceira, que se deve expor e resolver todas as aparentes contradições entre ambas. Da filosofia da natureza guarda-se a vinculação entre as noções de infinito e contínuo: "Diz-se que algo é contínuo quando os limites de

---

[23] "Omnem lineam rectam in multa rectas posse" (*De continuo*, IV, concl. 20, p. 371).

[24] "Si sic, athoma in continuo immediate iunguntur" (*De continuo*, VI, concl. 58, p. 404).

[25] "Omnis recta línea habeat particulares líneas infinitas" (*De continuo*, VI, concl. 66, p. 410).

[26] Ainda que tenham, estas partes não podem ser divididas, por definição.

cada um, que se tocam, tornam-se um e o mesmo e estão, como a palavra indica, contidos em cada um";[27] e "Por contínuo eu quero dizer aquilo que é divisível em divisíveis que são infinitamente divisíveis".[28]

Deve-se, ainda, admitir a impossibilidade do infinito em ato, dada a finitude do cosmo, e admitir somente o infinito por sucessão, i.e, aquele que é no tempo, e, por conseqüência, não existe (não é em ato), mas somente em potência.[29] Ainda quanto a filosofia da natureza, considerando que o contínuo requer que os limites de cada uma de suas partes se toquem, e que as partes devam ser infinitamente divisíveis, tem-se a afirmação da impossibilidade da composição do contínuo por indivisíveis.[30]

---

[27] *Física* V, 3, 227a11-12.

[28] *Física* VI, 2, 232b24-25.

[29] A impossibilidade da infinitude do mundo é afirmada no *De caelo*. Na seguinte passagem, Aristóteles argumenta pela incompatibilidade do conceito de infinito com o movimento circular, que é próprio do mundo: "Novamente, se o tempo finito deve ser subtraído do tempo finito, o que resta deve ser finito e deve ter um princípio. E se o tempo de uma jornada tem um princípio, também deve haver um princípio do movimento e, conseqüentemente de toda distância atravessada. Isto se aplica universalmente. Tome uma reta ACE, infinita em uma direção, E, e outra reta, BB, infinita em ambas as direções. Assuma que ACE descreve um círculo, revolucionando ao redor do centro A. Em seu movimento circular, irá cortar BB em um certo tempo finito; o tempo total é finito em que os céus completam sua órbita circular é finito e, conseqüentemente, o tempo subtraído dele, durante o qual uma reta em seu movimento corta outra, também é finito. Portanto, haverá um ponto em que ACE começa, pela primeira vez, a cortar BB. Isto, contudo, é impossível. O infinito, então, não pode revolucionar em círculo; nem poderia o mundo, se fosse infinito" (*De caelo*, 1 272a8-272a20).

[30] Bradwardine segue o texto de Aristóteles quando se trata da crítica às teorias atomistas: "Agora, se os termos 'contínuo', 'em contato' e 'em sucessão' são entendidos como definidos acima – é contínuo aquilo cujas extremidades são uma, é em contato se suas extremidades estão juntas e em sucessão se não há nada do mesmo tipo entre ambas – nada que seja contínuo pode ser composto por indivisíveis: por exemplo, uma linha não pode ser composta por pontos, sendo a linha contínua e o ponto indivisível. Pois as extremidades nem podem ser uma (uma vez que para um indivisível não há extremidade que se distinga de alguma outra parte) nem podem estar juntas (uma vez que aquilo que não tem partes não pode ter extremidades, de modo que são distintas a extremidade e aquilo do qual a extremidade é)." (*Física* IV, 1, 231a18-231b18).

A segunda etapa formadora do problema do contínuo diz respeito ao princípio da onipotência divina, segundo o qual, para Deus, tudo é possível, desde que não envolva contradição lógica. Com base neste princípio, vários autores argumentam, no final do século XIII e início do século XIV, que não há contradição lógica na composição do contínuo por indivisíveis e que, portanto, ao menos por suposição e segundo a onipotência divina, os contínuos na natureza podem ser por eles compostos. Estes vários autores são elencados no *De continuo* e é contra eles que surge o desacordo, terceira etapa formadora do problema:

> Conclusão 31: Se um contínuo é composto, de uma certa maneira, por indivisíveis, qualquer [contínuo] é assim composto, e se um não é composto por átomos, nenhum o é. Com o intuito de compreender esta conclusão, devemos estar cientes de que há cinco opiniões famosas sobre a composição dos contínuos entre os filósofos antigos e modernos. Pois certos [filósofos] como Aristóteles, Averróis, al-Ghazali e muitos dos modernos, sustentam que o contínuo não é composto de átomos, mas de partes infinitamente divisíveis. Outros, contudo, sustentam que sua composição se dá por indivisíveis, segundo duas possibilidades, uma vez que Demócrito sustenta que um contínuo é composto por indivisíveis corpóreos. Outros, contudo afirmam que é [composto] por pontos, e estes se dividem em dois grupos, aquele de Pitágoras, o pai desta corrente, Platão e Walter, o moderno, que compreendem o contínuo composto por um número finito de indivisíveis. Outros, contudo, [acreditam que o número] é infinito, e estes se subdividem [em dois grupos]; alguns deles, como Henry, o moderno, dizem que um contínuo é composto por um número infinito de indivisíveis imediatamente agrupados; outros ainda, como [o bispo de] Lincoln [concebem] um infinito de [indivisíveis] que são mediados entre um e outro.[31]

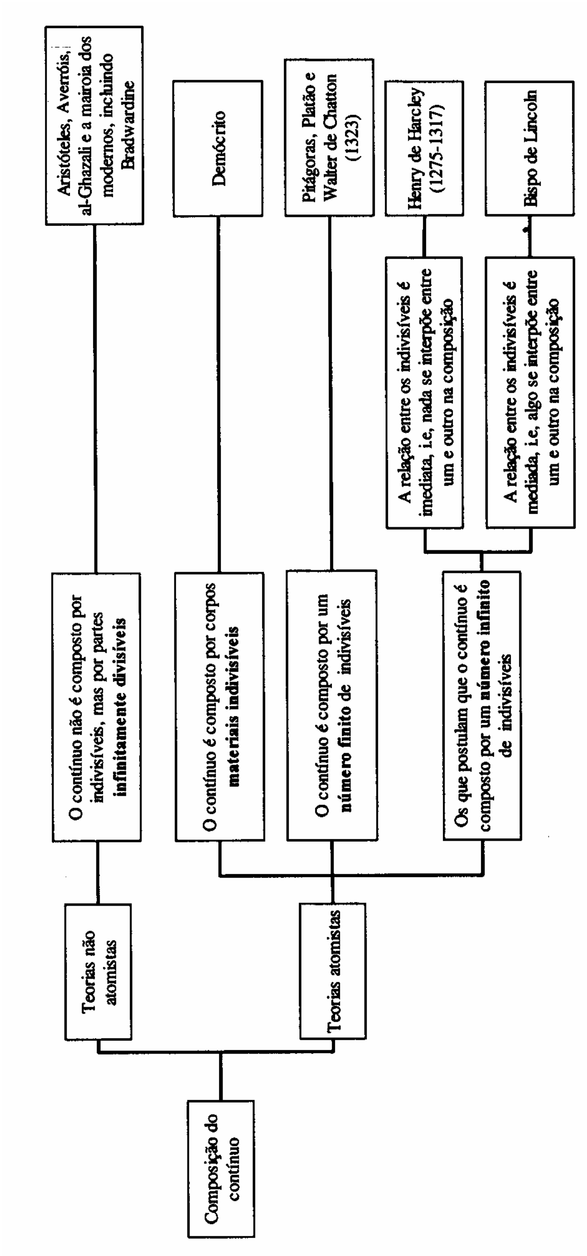
[31] "Si unum continuum ex indivisibilius componatur secundum aliquem modum, et quodlibet sic componi; et si unum non componitur ex athomis, nec ullum. Pro intellectu huius conclusionis est sciendum, quod circa compositionem continui sunt 5 opiniones famose inter veteres philosophos et modernos. Ponunt enim quidam, ut Aristoteles et Averroys et Algazel plurimique moderni, continuum non componi ex athomis, sed ex partibus divisibilibus sine fine. Alii autem dicunt ipsum componi ex indivisibilibus dupliciter variantes, quoniam Democritus ponit continuum ex corporibus indivisibilibus. Alii autem dicunt ex punctis, et hii dupliciter, quia Pythagoras, pater huius secte, et Plato ac Waltherus modernus, ponunt ipsum componi ex finitis indivisibilibus. Alii autem ex infinitis, et sunt bipartiti, quia quidam eorum, ut Henricus modernus, dicit ipsum componi ex infinitis indivisibilibus immediate coniunctis; alii autem, ut Lyncuf, ex infinitis ad invicem mediatis" (*De continuo*, IV, concl. 31, p. 379-380).

Nesta conclusão 31, Bradwardine esclarece o intuito de negar qualquer possibilidade pela qual o contínuo venha a ser composto por indivisíveis. Na explicação da conclusão, classifica-se e nomeia-se as variantes do atomismo que devem ser eliminadas, as antigas e as modernas. Veja quadro abaixo.

As partes refutatórias do texto (VI-VII) visam reduzir ao absurdo cada uma das posições atomistas[32] que, ademais, se apresentam por suposição, segundo o poder absoluto de Deus. Os atomistas têm, como limite especulativo, apenas a contradição lógica e lhes é indiferente à inadequação de suas teorias ao sistema de mundo de Aristóteles. Tal inadequação é intolerável para Bradwardine, mas não serve de argumento contra quem, por princípio, não a considera limitadora. A única argumentação eficaz contra os atomistas é mostrar que todos os gêneros de extensão do conhecimento por suposição, segundo o poder de Deus, incorrem em afirmações absurdas quando defendem teses atomistas. Este desacordo entre a filosofia da natureza de Aristóteles e a doutrina cristã, gerado pelo uso desregrado da noção de onipotência divina como suporte para a suposição sobre a real estrutura do mundo, deve ser desfeito. Faz-se necessária uma ressalva: Bradwardine também se beneficia da extensão epistemológica envolvida na especulação sobre a natureza por suposição e segundo a onipotência de Deus. Não se trata de um proveito teórico, i.e, da defesa de proposições contrapostas ao sistema de mundo de Aristóteles, mas de um proveito epistemológico, o auxílio que os conceitos e as proposições matemáticas dão para a medição dos contínuos da natureza.

---

[32] Essa divisão classificatória guarda semelhanças com a divisão da argumentação contra o atomismo do início da *Física*, IV, 1, 231a18-231b18. Dos contínuos compostos por um infinito número de indivisíveis, Bradwardine, seguindo de perto o texto de Aristóteles, argumenta contra a afirmação de que se relacionam de modo imediato, i.e, sem que nada do mesmo tipo se interponha entre um indivisível e outro, caso da concepção de Henry de Harclay, e também contra os que acreditam que esta relação é mediada por algo do mesmo tipo, como é o caso do Bispo de Lincoln. É bem verdade que Bradwardine não ataca explicitamente o atomismo mediato, i.e, aquele que compreende sempre haver um indivisível entre dois indivisíveis que componham o contínuo. Contudo, Bradwardine entende que seus ataques dirigem-se a todos os tipos de atomismo, pois visam o próprio princípio de indivisibilidade.


Composição do contínuo
Teorias não atomistas
Teorias atomistas
O contínuo não é composto por indivisíveis, mas por partes infinitamente divisíveis
O contínuo é composto por corpos materiais indivisíveis
O contínuo é composto por um número finito de indivisíveis
Os que postulam que o contínuo é composto por um número infinito de indivisíveis
A relação entre os indivisíveis é imediata, i.e, nada se interpõe entre um e outro na composição
A relação entre os indivisíveis é mediada, i.e, algo se interpõe entre um e outro na composição
Aristóteles, Averróis, al-Ghazali e a mairoia dos modernos, incluindo Bradwardine
Demócrito
Pitágoras, Platão e Walter de Chatton (1323)
Henry de Harcley (1275-1317)
Bispo de Lincoln

Pode-se especular que a argumentação à exaustão, da qual se valiam os atomistas com o intuito de eliminar toda a possibilidade de contradição, foi adotada por Bradwardine para lidar com a medição do contínuo. Para a medida, entretanto, não é necessário contrapor-se ao sistema de mundo de Aristóteles. Ademais, a lógica, disciplina própria para a elaboração de suposições, não é eficaz para o tratamento dos contínuos. O único modo de exaurir a investigação – entenda-se por "exaurir" encontrar a melhor possibilidade de medição – dos contínuos da natureza, é fazê-lo com o auxílio não da lógica, mas das matemáticas:

> Ninguém que estude física pode esperar triunfar, a menos que use a matemática e seja auxiliado por sua ajuda e conselho. Pois [é a matemática] que revela todas as verdades genuínas, conhece todos os segredos escondidos e possui a chave de cada sutileza das letras. Então, aquele que presume estudar física e negligencia [a matemática] deveria saber, desde o início, que nunca entrará pelos portais da sabedoria[33]

Uma interpretação forte dessa passagem é que Bradwardine considera o procedimento de *metábasis* lícito e necessário para tratar do contínuo e de qualquer outra investigação sobre a natureza. Mais ainda, para o autor, sem o auxílio da matemática, o conhecimento que se tem sobre a natureza não é exaustivo, e que se pode mesmo duvidar se alguém que não conheça matemática possa vir a conhecer algo da física.

3. Representação Matemática e Indivisíveis

Uma vez admitido que Bradwardine não compreende a *metábasis* entre a física e a matemática como um problema, mas que, ao contrário, considera que o estudo da natureza deve necessariamente beneficiar-se do modo de investigação dos matemáticos, entende-se que a investigação do contínuo seja um problema

---

[33] "Nullus enim physico certamine se speret gavisurum triumpho nisi mathematice utatur, consilio et auxilio confortetur. Ipsa enim revelatrix omnis veritatis sincere, et novit omne secretum absconditum, ac omnium litterarum subtilium clavem gerit. Quicumque igitur ipsa neglecta physicari presumpserit, sapientie ianuam se numquam ingressurum agnoscat" (*De continuo*, V, concl. 56, p. 401).

de medição. Este, por seu turno, passa a ser o principal foco da pesquisa física, uma vez que tudo na natureza é contínuo. Assim, estabelecer um procedimento de medida para o contínuo é o mesmo que estabelecer um procedimento de medida para toda a natureza. Medir é o modo de obter a única verdade genuína (*veritatis sicere*) que se pode ter de todos os segredos escondidos (*omne secretum absconditum*) da natureza. Eis porque os físicos, segundo Bradwardine, devem conhecer matemática.

Estabelecida a licitude da *metábasis*, surge um outro problema: para medir o contínuo é preciso postular partes discretas que, a primeira vista, seriam as componentes do contínuo. Só elas podem ser objetos de medida, uma vez que o contínuo por si mesmo, não apresenta ordem e nem pode ser comparado. Pergunta-se, então: como medir o contínuo sem numerá-lo? Como utilizar pontos para medir a natureza sem admitir a existência de indivisíveis? Ao empreender uma resposta a estas questões, Bradwardine trata com a possibilidade mesma de uma física-matemática, uma vez que toda a natureza é contínua e que a matemática permite investigar a sua medida. Ao fazê-lo, Bradwardine ainda se propõe a respeitar o edifício teórico da filosofia da natureza de Aristóteles. Um projeto como esse, requer um arranjo geométrico que dê suporte para a medida do contínuo da natureza e, mais especificamente, do movimento que nela ocorre. Para cumprir esse objetivo, Bradwardine trabalha em duas frentes, quais sejam, na definição de contínuo e na aplicação da definição em descrições e explicações sobre o movimento.

Na definição, duas características devem ser consideradas:[34] que uma quantidade contínua é aquela cujas partes têm extremidades comuns, e que uma quantidade contínua é divisível em partes divisíveis ao infinito. A primeira afirmação sustenta que cada parte é distinta e, portanto, tem um limite definido, mas, ao mesmo tempo, sustenta que cada parte está conectada com a outra, de

---

[34] Na análise que se segue, valho-me do trabalho de Murdoch sobre a definição do contínuo e sua divisibilidade. Vide MURDOCH, J. *Geometry and the Continuum in the Fourteenth Century*. Cap. II The definitions and Suppositions, Section 2 – The Definitions of the Continua and of their Divisibility, p. 75-94.

modo que seus limites sejam comuns e formem uma unidade. A primeira afirmação enfatiza a unidade do contínuo, i.e, supõe-se a impossibilidade de determinar suas partes. A segunda afirmação, entretanto, ao contrário da primeira, designa a multiplicidade do contínuo, entendida pela infinidade de partes que possui. Juntas, as duas afirmações indicam como as partes compõem o contínuo essencialmente uno e, mesmo assim, infinitamente divisível.

Há, para Bradwardine, um único caminho para superar a dificuldade de definição que as afirmações pela unidade e pela multiplicidade acarretam, a saber, negar que pontos ou quaisquer outros indivisíveis, discretos, possam compor o contínuo. Todavia, tal caminho não elimina as dificuldades de compreensão da relação entre o contínuo e suas partes. Por exemplo, o ponto, enquanto um discreto indivisível, pode ser compreendido como o limite de duas partes contínuas de um contínuo. Porém, nesse caso, teríamos que afirmar que o ponto está no contínuo, o que leva à possibilidade de compreensão do contínuo como composto por indivisíveis (no caso, pontos).[35] Contudo, não se pode considerar a possibilidade de discretos, i.e, indivisíveis, como pontos, conectarem-se para a composição do contínuo.

Bradwardine escapa dessa impossibilidade, sustentando que ela decorre da tentativa de se conhecer a composição do contínuo, quando apenas se pode conhecer sua medida. Fora do âmbito da medida, não se deve perguntar sobre as partes componentes do contínuo. Isto quer dizer que a compreensão das partes é do domínio das matemáticas, que tratam da quantidade e da medida, não do domínio exclusivo dos conceitos e proposições de uma filosofia da natureza isenta de *metábasis*. No âmbito das matemáticas, "composição" deve adquirir o sentido de "conexão". Para tanto, abre-se mão da noção de que duas partes do

[35] Todo contato dá-se de três formas: parte com parte; parte com todo; todo com todo. As duas primeiras são impossíveis uma vez que o indivisível não tem partes; quanto ao terceiro, se as partes indivisíveis do contínuo forem o todo do contínuo, isto implica afirmar que uma parte não será distinta de outra parte; se o contínuo é divisível em indivisíveis, estes indivisíveis têm que estar em contato uns com outros; porém, isto é um absurdo, pois indivisíveis não podem entrar em contato.

contínuo possuem um limite comum, pertencendo ao mesmo tempo a uma e a outra, e impossibilitando distinguir onde começa uma e termina outra, ocasionando uma impossível sobreposição de corpos em um mesmo lugar.

No âmbito das matemáticas, é possível substituir a noção de limite comum pela noção de conexão geométrica, por meio da qual se pode afirmar que o contínuo é infinitamente divisível, mas, ainda assim, capaz de ser ordenado e medido. Porém, pergunta-se como duas coisas podem ter suas extremidades ou limites comuns, uma vez que, se a extremidade pertence a *A*, parece estar excluída a possibilidade de que a mesma extremidade pertença também a *B*, muito embora a particularidade do contínuo seja, precisamente, o lugar das extremidades em contato? Dito de outro modo: como as partes estão contidas no contínuo e como constituem o contínuo? Vale lembrar que a resposta deve respeitar a suposição inicial, segundo a qual o contínuo não pode ser composto por indivisíveis, como se lê em Aristóteles: "Uma linha não pode ser composta por pontos, sendo a linha contínua e o ponto indivisível."[36] Porém, também se deve possibilitar a inscrição de pontos na linha, capazes de seccioná-la, marcá-la com o intuito de compará-la com qualquer outra linha assim seccionada: "Entenda a linha como um contínuo que pode ser dividido em duas partes por qualquer ponto nela. A extremidade das duas partes é um único ponto ou, em outras palavras, eles têm um limite comum."[37] Ademais, se isto for possível para um contínuo, como é o caso da linha, deve sê-lo para qualquer contínuo, generalização lícita segundo a suposição 3, a conclusão 30 e a prova da conclusão 120.

Deve-se enfatizar a dificuldade da tarefa de Bradwardine, considerando que o ponto não tem existência por si, mas que dele pode ser dito existir na linha. Assim, a parte está contida no e constitui o contínuo, uma vez que suas extremidades são comuns a outras extremidades de outras partes. Porém, se as partes em questão forem indivisíveis, como o ponto, i.e, sem extensão (causa última da indivisibilidade), a resposta se complica. Embora as partes sem extensão possam

---

[36] *Física* VI, 1, 231a24-231b15.
[37] *Metafísica* III, 1090b5-13.

estar contidas no contínuo, não podem compô-lo. Embora se possa dizer que essas partes indivisíveis existam no contínuo, não se pode afirmar que possuem existência por si mesmas, i.e, em separado. O problema que persiste decorre do modo como Aristóteles o formulou e, nesta medida, a resposta sobre como as partes constituem o contínuo só pode ser dada uma vez que se compreenda como estão conectadas. Bradwardine propõe que se deve entender "constituição" como sinônimo de "conexão".

Para que se compreenda essa substituição conceitual, tome-se como exemplo qualquer ponto que corta uma linha em duas partes, servindo ao mesmo tempo de limite para ambas. Este tipo de extremidade, a extremidade comum, é diferente da extremidade de contato dos contíguos.[38] A distinção quanto à noção de extremidade, neste exemplo, separa o que é contínuo e o que é descontínuo, uma vez que dois segmentos contíguos pedem duas extremidades de contato, com um lapso, um corte entre ambas, e nem o ponto, nem a linha são o lapso ou corte. Em outras palavras, há um salto entre uma linha de um lado e uma linha de outro. No caso de dois segmentos de um contínuo, não há lapso, uma vez que os extremos dos dois segmentos são comuns. Esta propriedade, a comunidade dos extremos das partes, é necessária para a definição de contínuo, uma vez que a diferença entre dizer da constituição e dizer da conexão não altera esta propriedade necessária das partes. Trata-se de compreendê-la não como a constituinte última da parte, sua real estrutura, mas como ordenação.

Por intermédio da noção de ordenação, as extremidades de uma reta podem ser tratadas como o antes e o depois do que não é extremidade. Assim, o ponto, enquanto extremo de dois segmentos contínuos de reta, ordena o que vem antes e o que vem depois. O ponto é o extremo que vem depois para um

---

[38] O contínuo é uma espécie do gênero contíguo. Algo é contíguo de duas maneiras: primeiro, são contíguas as coisas que estão em contato, de modo que suas extremidades ou limites estejam juntas ou estejam em um único lugar; segundo, são contíguas as coisas que estão em sucessão, i.e, dispostas de modo que uma está após o início de outra, sem que haja algo do mesmo tipo entre ambas. O contínuo é o segundo tipo de contíguo, uma vez que suas extremidades ou limites são um.

segmento ao mesmo tempo em que é o extremo que vem antes para o outro segmento. Ordena, ao mesmo tempo, os dois segmentos do contínuo. Esta ordenação é limite ou limitação do posicionamento espacial, uma vez que o antes e o depois só adquirem sentido em relação ao limite, i.e., o ponto. A continuidade, neste caso, se mantém, uma vez que o limite e o limitado não são distintos. Eis que se pode afirmar, neste caso, ter-se algo na reta, o ponto, enquanto algo diferente da reta. Esta afirmação, por seu turno, não é um absurdo, uma vez que o ponto, cuja definição é "sem extensão", só pode ser dito "estar na reta" enquanto aquilo que ordena impondo limite. Em outras palavras, o que limita está no que é limitado, mas não como constituinte e sim como ordenador. Logo, o ponto, como extremidade comum, compreendido a partir da idéia de ordenação, diferencia-se da extremidade contígua e garante a noção de continuidade.

Há duas novidades introduzidas por Bradwardine neste tipo de explicação do contínuo, como sustenta Murdoch.[39] Primeiro, o abandono da noção de extremidades (*termini*) e a adoção das noções de conexão mútua e de cópula (*copulatio*). Segundo, a despeito da adesão ao ataque de Aristóteles ao atomismo, Bradwardine prepara o terreno para afirmar a possibilidade de ordenar o contí-

[39] Murdoch (*Geometry and the Continuum in the Fourteenth Century*. p. 76) sustenta que Bradwardine estabelece uma definição de contínuo distinta da que se encontra em Aristóteles, com o intuito de facilitar o uso de ordenadores geométricos, i.e, pontos. A principal alteração de *De continuo* I, def. 1, p. 339 para *Física* I, 2, 185b10; VI, 2, 232b24-25 e *De caelo*, I, 1, 268a6-7 é a substituição da noção de extremidade comum, que implica existência, por "cópula", que indica ordenação. Murdoch sugere que esta alteração conceitual só foi possível porque Bradwardine abandonou a tentativa de provar que uma certa parte discreta pode compor o contínuo, dando-lhe existência, i.e, efetivando-o. Esta antiga demanda da filosofia da natureza foi, então, substituída pela tentativa de se entender a parte do contínuo como sua propriedade. Comparando Bradwardine com Dedekind, Murdoch escreve: "Ele não perguntou 'Esta quantidade é contínuo?' ou "Eu posso provar que esta quantidade é contínua?' com o intuito de estabelecer sua definição de contínuo, mas, de modo muito mais incisivo, asseverou que certos tipos de quantidades *são* contínuas e, então, perguntou para si mesmo que descrição poderia dar para explicar esta propriedade ímpar que é a sua continuidade" (*Geometry and the Continuum in the Fourteenth Century*. p. 89).

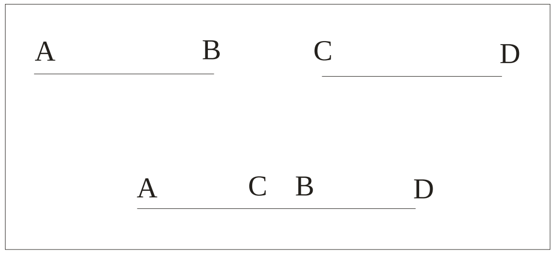
nuo com o uso de pontos. Seu intuito, ao fazê-lo, é que, por meio da representação do contínuo da natureza no espaço geométrico, seja possível medi-lo.

É precisamente devido ao uso de pontos, discretos, indivisíveis, que se pode afirmar que Bradwardine está elaborando uma noção de representação matemática da natureza. Representa-se o contínuo da natureza que se quer medir, por exemplo, o movimento ou a temperatura, por meio de um contínuo geométrico, como a linha. Este procedimento é necessário porque o contínuo, entendido como pertencente à natureza, não pode ser composto por partes discretas, nem se pode conceber, na natureza, a existência de conexões mútuas. Este conceito é do domínio da matemática. No espaço geométrico, a linha, que representa o contínuo da natureza, pode ser ordenada pela inscrição de pontos, entendidos como conexões mútuas de suas partes.

Com a noção de representação matemática, obtém-se a possibilidade de ordenar em vista da medida porque se troca a noção de extremidade comum, que implica em composição, estrutura última da coisa, por conexão. O abandono da noção de extremidade decorre do entendimento que se passa a ter da cópula dos extremos pertencentes às partes que se tocam para formar o contínuo, agora pensada como sobreposição. Na natureza, da sobreposição de dois permanecem dois distintos em quantidade. Por conseqüência, esta sobreposição não pode formar o contínuo, que é uno. Isto equivale a dizer que, se pensada como uma noção no âmbito da física, a sobreposição é a presença de duas quantidades distintas, em ato, no mesmo lugar, enquanto o contínuo é, em ato, uno e suas partes são potencialmente distintas. Ao representar o contínuo no plano geométrico, Bradwardine escapa desse problema; no âmbito da geometria, não se diz extremidade comum ou composição, mas conexão mútua ou cópula, noções que não implicam em sobreposição, empilhamento, mas em junção, como pode ser exemplificado pelo exemplo, elaborado por Murdoch,[40] das duas semi-retas que se juntam:

---

[40] A sobreposição exemplifica como as partes compõem o contínuo. Murdoch ainda comenta o afastamento que a alteração conceitual na definição de contínuo ocasiona em



Bradwardine denomina esta propriedade geométrica de *impositio*.[41] Porém, se a noção de impostação resolve no plano geométrico o problema da inscrição de partes discretas no contínuo, com o intuito de ordená-lo em vista da media, é bem verdade que gera uma dificuldade, qual seja, saber o quê da *impositio*, própria da conexão geométrica, representa. Afinal, trata-se de representar o contínuo da natureza, pois é ele que interessa medir. Porém, se é assim, pergunta-se: o que na natureza corresponde à conexão geométrica? Como transportar de volta para a filosofia da natureza um resultado obtido por intermédio de um conceito que nada dela representa? A única resposta possível parece conduzir novamente para o atomismo: os marcadores, de algum modo, representam indivisíveis na natureza. Porém, está não é uma resposta aceitável.

Para entender como indivisíveis persistem em aparecer como marcadores ao mesmo tempo em que se refuta o atomismo, é necessário investigar o termo "indivisível" utilizado no *De continuo*: "Um indivisível é o que nunca pode ser

Bradwardine com relação a Aristóteles "(Deve-se notar que, nesta definição de contínuo, Aristóteles não afirma que as extremidades das partes se sobrepõe. Estas extremidades são, com certeza, tão somente *uma* extremidade). Como, então, Bradwardine pode permitir que sua definição admita a possibilidade que, de todas as maneiras que se possa pensar, teriam sido excluídas pelo 'Filósofo'? A resposta, eu creio, reside em sua constante geometrização do contínuo. As partes do contínuo não precisam se sobrepor como duas placas, quando uma é colocada sobre a outra. Elas podem 'permanecer juntas' como duas retas geométricas" (*Geometry and the continuum in the Fourteenth Century*. p. 90).

[41] MURDOCH. *Geometry and the continuum in the Fourteenth Century*. p. 89.

dividido".[42] Segue-se a tipificação: indivisível espacial, o ponto; indivisível temporal, um "átomo de tempo", o "instante; indivisível de movimento, *motum esse*.[43]

A definição e os tipos de indivisível excluem duas concepções: a de Demócrito e a interpretação segundo a qual o indivisível não é quantitativo. A ausência dessas duas concepções esclarece que o combate ao atomismo no *De continuo* diz respeito à existência de indivisíveis como partes últimas da natureza. Não há problemas, para Bradwardine, em tratar com indivisíveis no âmbito das matemáticas, desde que daí não se retire nenhuma noção de átomo enquanto componente último dos corpos naturais.

Na interpretação atribuída a Demócrito, o átomo é um indivisível corpóreo. A indivisibilidade do átomo, neste caso, não decorre deste não possuir partes, mas de ser incapaz de divisão. Em outras palavras, se o átomo possui partes, estas não podem existir enquanto partes, em ato, i.e, não podem se separar. Logo, pode-se dizer que o indivisível é o que, possuindo ou não partes, não pode ser dividido.[44] A segunda interpretação, evitada por Bradwardine, trata o indivisível como um existente não-quantitativo. Segundo Murdoch,[45] é Alberto da Saxônia quem informa que os escolásticos, muitas vezes, argumentam a partir do caráter não-quantitativo do contínuo, ao invés de argumentarem a partir da definição de Demócrito de privação da divisão.

A argumentação de Bradwardine contra o caráter não-quantitativo do indivisível inicia a série de conclusões da parte IV: "nenhum indivisível é maior que outro".[46] Neste caso a conclusão pode ser extraída diretamente das proposições apresentadas como premissas.[47] Uma vez que se está tratando com um

---

[42] *De continuo*, I, def. 7, p. 339. Esta definição é semelhante ao que Aristóteles escreve em *Física* VI, 1, 231b3.

[43] *De continuo*, I, def. 8-10, p. 339.

[44] Segundo Murdoch, esta concepção de indivisível pode ser encontrada em Alberto da Saxônia, *Geometry and the continuum in the Fourteenth Century*. p. 99.

[45] MURDOCH, *Geometry and the Continuum in the Fourteenth Century*, p. 99-100.

[46] "Nullum indivisibile maius alio esse" (*De continuo*, IV, 1, p. 350).

[47] As premissas são: *De continuo*, I, def 7, p. 339; III, sup. 1, p. 349. Murdoch (*Geometry and the continuum in the Fourteenth Century*. p. 101-102), ao tratar do ataque ao indivisível não

não-quantitativo, Bradwardine introduz uma dificuldade impossível de ser sanada para este tipo de contínuo: como se pode afirmar que nenhum indivisível é maior que o outro, i.e, como se pode utilizar uma noção de igualdade? Ademais, a igualdade e a desigualdade são predicáveis somente da quantidade e não da qualidade,[48] e quando se fala da igualdade ou desigualdade das qualidades, se faz por intermédio de uma referência à quantidade. Neste caso, a igualdade pode ser de dois tipos: positiva ou privativa. A igualdade positiva afirma que duas coisas em comparação possuem precisamente a mesma quantidade discreta. A igualdade privativa afirma que duas coisas são iguais se puderem ser superpostas sem que uma exceda a outra, sendo ambas contínuas. Quando a igualdade é privativa, necessariamente também será positiva, mas com uma ressalva: a propriedade só pode ser compreendida se a igualdade positiva for entendida como igualdade de contenção, isto é, igualdade de área. Em outras palavras, a igualdade privativa apenas iguala no plano geométrico, sem nada dizer sobre a natureza das coisas que se põe em relação e, nesta medida, sem tratar de sua existência material (já que a matéria é domínio da natureza). Cabe, então, investigar como a noção de igualdade pode ser aplicada aos indivisíveis, ressaltando que estes são entendidos ou como quantitativos ou como não-quantitativos. Se quantitativos, os indivisíveis podem facilmente receber a noção de igualdade, bastando para isso que dois

---

quantitativo, explica que Bradwardine argumenta extensivamente do seguinte modo: (1) Se $a<b$, então há um c tal que $a+c=b$, sendo c parte de b; ou se $a>b$, então há um c tal que $b+c=a$, sendo c parte de a (Suposição 1); (2) Há um a1 e um b1 para os quais não há c (Definição 7); (3) Logo, $a1=b1$ (Proposição 1). A propriedade estabelecida na conclusão (3), isto é, a igualdade, põe a questão da existência dos indivisíveis, uma vez que (1) e (2) isolam e igualam um contínuo a outro. Deste contínuo isolado, não se pode postular a existência dos indivisíveis enquanto partes, mas apenas a possibilidade de existência: "se há um a1...". Isto porque a segunda premissa é uma definição e, enquanto tal, nada diz a respeito da existência do que toma com postulado (os indivisíveis). As definições apenas tratam dos significados dos termos, logo, quanto à existência, o argumento trata dos indivisíveis na condicional.

[48] A marca mais característica da quantidade é que a igualdade e a desigualdade lhe são predicáveis. Vide *Categorias* VI, 6a27-35.

indivisíveis comparados sejam sobrepostos: se houver coincidência, eles são privativamente iguais. Porém, é ainda mais relevante que entidades quantitativas possam ser positivamente comparadas, de modo que se possa saber se são a mesma quantidade. Todavia, se são quantidades, os indivisíveis podem ser numerados, e seus números, por sua vez, podem sofrer divisão, o que, em se tratando de indivisíveis, é absurdo.

No caso de indivisíveis não-quantitativos, deve-se partir da suposição da noção quantitativa de igualdade por privação, i.e, estabelecida pelo processo de sobreposição, desde que não seja possível encontrar alguma quantidade positiva na entidade não-quantitativa. Se duas entidades não-quantitativas forem sobrepostas, poder-se-á estabelecer uma certa relação de igualdade ou desigualdade (por privação) entre as áreas das entidades. Contudo, a igualdade por privação é geométrica, i.e., o que pode ser comparado são as áreas das figuras das entidades não-quantitativas. Logo, já não se fala mais de indivisíveis, que só poderiam ser representados por pontos na geometria, mas de contínuos, i.e, áreas. Eis o ataque perpetrado: os indivisíveis não são partes constituintes do contínuo da natureza, visto que isto significaria encontrar uma quantidade – o indivisível é discreto – no não-quantitativo, o contínuo, o que é absurdo.[49]

---

[49] Considere, por hipótese, que todas as coisas são compostas de átomos, discretos, em movimento incessante no vazio. Embora da mesma substância, os átomos possuem formas e tamanhos diferentes. Do modo como interagem e colidem, resulta a variedade de objetos que podemos observar. Há um complexo sistema de leis e teorias que sustenta a natureza composta por átomos em Demócrito. O sistema democritiano, portanto, conflita com pelo menos duas condições da natureza para Aristóteles: a existência do vazio e a matéria do mundo físico que, para o atomista, pode ser isolada em indivisíveis, ao invés de ser considerada, como no sistema aristotélico, um todo, contínuo e cheio. A oposição entre Aristóteles e os atomistas é patente em inúmeras passagens, como a seguinte: "Nenhum demente é capaz de se apartar tanto da razão a ponto de supor que o fogo e o gelo são um; somente entre o que é correto e o que parece ser correto pelo hábito, que uma pessoa é demente o suficiente para não ver diferença" (*De generatione et corruptione* I, 8, 325a17-23). Sobre a crítica de Aristóteles a Demócrito vide O'BRIEN, D. *Democritus Weight and Size; An Exercise in the Reconstruction of Early Greek Philosophy*. Paris/ Leiden: Les Belle Lettres / Brill, 1981.

Por outro lado, Bradwardine defende que o ponto, enquanto indivisível geométrico, permite comparar contínuos por privação, i.e., comparar a área ou a extensão da linha e, desse modo, medir a natureza, que é contínua. Os pontos necessários para estabelecer os limites da área ou da linha comparados nada mais são do que ordenadores da medida e em nada se assemelham ao átomo de Demócrito. Isto porque a medida ocorre no plano geométrico, no qual os pontos não representam nada do contínuo da natureza que é medido. Tudo o que é representado da natureza o é por áreas e retas. Os pontos, por sua vez, são apenas ordenadores do espaço geométrico. Deste modo, Bradwardine é capaz de reafirmar o argumento de Aristóteles de que o contínuo não é composto por partes indivisíveis. Quanto ao termo "indivisível", este só pode ser usado com o significado de ordenador geométrico da medição do contínuo na representação matemática que se faz da natureza.

Tudo o que é, da natureza, representado no espaço geométrico, o é por sólidos, planos e linhas. Aos pontos compete organizar e ordenar, mas não representar algo ou alguma coisa, situação que é insatisfatória para um procedimento de *metábasis* que se pretende o melhor modo de obtenção de conhecimento "genuinamente verdadeiro", sem o qual talvez não se faça física.

Aos pontos compete representar em vista de parâmetros absolutos de comparação, ou seja, eles devem ser entendidos como a passagem de um lugar para o outro em uma sucessão: no lugar e no tempo. No âmbito da geometria, os pontos ordenam o espaço, infinito e vazio, representando a locomoção que, no âmbito da natureza, se dá no lugar, finito e cheio, porque limite de corpo que não existe em separado. Assim, os pontos, embora não representem o lugar, possibilitam que se ordene a locomoção e que a noção de lugar seja substituída pela de espaço geométrico no âmbito da representação. Para tanto, o ponto deve ordenar também a sucessão, de modo a representá-la nas dimensões do espaço geométrico. Como resultado, pretende-se relacionar, comparar magnitudes e, neste sentido, medir.

A medição, contudo, não tem uso; ela não conduz a elaboração de nenhuma arte da medida nem envolve procedimentos experimentais. Não apenas se pode alegar uma incapacidade instrumental ou tecnológica para a efetivação da medição, i.e, um mero problema contextual, mas também uma compreensão que dissocia o conhecimento da natureza da intervenção técnica.[50] Não se deve compreender, desta feita, que a representação matemática seja o primeiro passo em direção a uma intervenção elaborada da experiência. O que se busca é apenas produzir um artifício para responder pela defesa intransigente da infinita divisibilidade do contínuo e, ao mesmo tempo, mostrar que é possível quantificá-lo, tomando como ponto de partida a comparação por privação quanto à área ou à extensão da linha.

Não só a dificuldade de justificar a ausência do ponto no representado causa transtornos ao projeto de Bradwardine, mas também o propósito mesmo da ordenação por pontos, i.e, a ordenação do contínuo, que supõe a noção de gradação do contínuo que se mede. Novamente, há que se perguntar se a gradação do contínuo matemático representa algo no contínuo da natureza. A noção de grau ou de gradação, contudo, parece pertencer à categoria da quantidade, e uma vez que não pode haver quantidade na qualidade, categoria na qual se encerram todos os entes naturais, tratar de graus no contínuo da natureza parece implicar em contradição, i.e, em uma quantificação do que não é passível de quantidade.

Supondo que não se deve procurar por discretos existentes na natureza, a investigação toma outro curso: o da representação do movimento no plano geométrico, no qual não há movimento. O assunto é investigado no conjunto de proposições 21 a 25, e proposição 32. A intenção do autor é provar que se pode

---

[50] Nessa perspectiva, De Libera afirma: "Tais textos não se engajaram em uma confrontação com a experiência ou com a experimentação ativa. Não buscavam o conhecimento do real e nem mesmo a verificação de uma hipótese ou de uma conjectura, mas sim a produção de novas regras ou o estabelecimento de novos quebra-cabeças lógicos, os *sofismata*. O progresso se fazia, assim, sobre o terreno da análise lógica e não sobre aquele da indução científica" (DE LIBERA, A. *La philosophie médiévale*, p. 64). Concordo com De Libera quanto à ausência de compromisso com a verificação, pela experiência, do conhecimento. Quanto à discussão, em Bradwardine, creio que deve ser compreendida como epistemológica e não lógica, com ênfase, não aos *sofismata*, mas à geometria.

comparar as magnitudes dos movimentos: Conclusão 24, "Qualquer um pode encontrar um movimento local uniforme e contínuo em qualquer proporção entre uma reta finita e outra reta finita, mais rápido ou mais lento".[51]

A proposição 24 embute duas suposições. Primeiro, que para movimentos ordenados segundo suas magnitudes, pode-se colocá-los, na representação matemática, em correspondência um para um com retas ordenadas de modo similar. Segundo, esta proposição supõe que qualquer reta finita pode ser dividida em um infinito número de retas. Resguarda-se, pois, a infinita divisibilidade, ao mesmo tempo em que se dá um passo significativo para sustentar a possibilidade de medição do contínuo.[52]

Deve-se supor, ainda, que uma reta finita pode ser movida com, pelo menos, um tipo de movimento, o circular, uma vez que este ocorre sem deformação, i.e, uniformemente, e que os graus de movimento podem ser relacionados aos pontos na reta. A proposição 21 inicia a discussão dessa suposição, segundo a ordem do texto, ao anunciar que o movimento em questão é geométrico, i.e., perfeito: Conclusão 21, "Se um ponto ou uma parte de uma reta finita é locomover-se, qualquer parte grande ou ponto do meio, que não é nenhum dos extremos, também se moverá".[53]

Na seqüência, são apresentadas duas provas para esta proposição, uma física e outra geométrica. A prova geométrica requer o postulado da rigidez geométrica, segundo a qual a reta, bem como todas as formas geométricas, são rígidas, caso contrário, a reta em movimento sofreria superposição ou separação, o que destruiria a sua continuidade. Logo, se a reta se move, ela deve fazê-lo perfeitamente rígida. A proposição 22 sustenta a possibilidade de se conceber pelo

---

[51] "Quocumque motu locali signato potest motus localis uniformis et continuus in omni proportione recte finite ad rectam finitam velocior et tardior inveniri" (*De continuo*, IV, concl. 24, p. 376).

[52] As proposições 21 a 23 esclarecem como o autor sustenta estas duas suposições.

[53] "Si linee recte punctum aliquod vel pars aliqua moveatur localiter, quamlibet partem eius magnam et quodlibet medium punctum, quod [non] est cum eius uno extremo, necessario commoveri" (*De continuo,* IV, concl. 21, p. 373).

menos uma reta móvel, com movimento circular, tendo um dos seus extremos fixos: Conclusão 22, "Se um término de qualquer reta finita estiver [estacionado, parado], o outro término pode estar continua e uniformemente em revolução, juntamente com o todo da reta e cada uma de suas partes até o término imóvel, descrevendo um círculo e cada um de seus pontos móveis descrevendo uma circunferência de um círculo".[54]

Embora a proposição garanta a possibilidade de se conceber pelo menos uma reta móvel, que move uniformemente todos os pontos nela contidos – ou seja, embora Bradwardine tenha explicado a mecânica do movimento circular da reta e do que ela contém – não há, na proposição, nenhuma garantia para a superação da condicional e para a afirmação certa de que a reta pode se mover. Estas garantias são dadas na Suposição 6, que afirma que "todo corpo, superfície, linha e ponto pode ser movido".[55] A suposição é, na verdade, uma reafirmação do texto de Aristóteles,[56] uma vez que o movimento só pode ocorrer em um corpo ou magnitude, nunca separadamente. Desta maneira, de uma superfície ou de uma linha, pode ser dito "ser movido" se e somente se pertencer a um corpo ou magnitude em movimento.[57]

O termo "corpo" tem dois significados. É um sólido geométrico que, possuindo magnitude, dele pode-se dizer "em movimento" ou é um objeto do mun-

---

[54] "Cuiuslibet recte linee finite uno termino quiescente potest alius eius terminus circulariter, uniformiter, et continue circumferri tota recta et qualibet parte eius magna ad terminum eius immobilem terminata circulum describente et quolibet eius puncto moto circumferentiam circuli faciente" (*De continuo*, IV, concl. 22, p. 374-375).

[55] "Omne corpus, superficiem, lineam, acque punctum uniformiter et continue posse moveri" (*De continuo*, III, sup. 6, 349).

[56] "...ponto é que o que é, sem partes e não pode estar em movimento exceto acidentalmente dito de outra maneira, pode estar em movimento somente enquanto o corpo ou a magnitude esteja em movimento e o desprovido de partes está em movimento por inclusão nele." (*Física* VI, 10, 240b8-10).

[57] Bradwardine contesta a existência de pontos, linhas e outros objetos geométricos na última conclusão do texto: Conclusão 151, "Não há superfícies, linha ou pontos"; "Superficiem, lineam, sive punctum omnino non esse" (*De continuo*, IX, concl. 151, p. 470).

do natural. Todo sólido geométrico existe em potência na natureza e todo corpo natural é capaz de movimento. Logo, o movimento que atribuímos aos planos e linhas é movimento por analogia aos corpos físicos, dos quais se pode construir corpos geométricos que, por sua vez, possuam linhas e planos.

Pode-se objetar que as entidades matemáticas são, para o aristotelismo, derivadas dos corpos materiais pela eliminação de todas as propriedades, exceto a extensão. Como o movimento é uma das propriedades eliminadas, não se poderia dizer, destas entidades matemáticas, que se movem. Contudo, do mesmo modo que somos capazes, em pensamento, de eliminar quaisquer propriedades, somos igualmente capazes de reconsiderá-las uma a uma. Desta forma, ao lado da extensão, Bradwardine solicita que se reconsidere o movimento. Chega-se, assim, à possibilidade de estabelecimento de um movimento geométrico por analogia ao movimento físico. Novamente, firma-se a noção de representação matemática do contínuo da natureza como procedimento lícito de *metábasis*.

Contudo, resta uma dificuldade, i.e, o tempo ou a representação matemática da noção de sucessão, uma vez que a expressão "movimento geométrico" designa a representação espacial do movimento, i.e, fora do tempo. Assim, quando se diz "uma linha se move", não se deve entender com isto que primeiro ela está aqui e, depois, está ali, ou seja, não se deve entender que ela se moveu de um lugar para outro, já que não há o conceito de lugar na representação matemática, só na natureza.[58] Resolve-se a dificuldade enfatizando que todo movimento representado geometricamente é movimento físico. Assim, deve-se considerar que o movimento representado geometricamente também representa o tempo do movimento na natureza. Esta resolução parece condizer com os termos da proposição 23, na qual Bradwardine trata de uma reta que gira sob um de seus pontos extremos, que se encontra fixo. Este caso permite estabelecer uma relação direta entre o movimento de qualquer ponto da reta e a magnitude do próprio

[58] Sobre o conceito de tempo em Bradwardine, vide DOLNIKOWSKI, W. *Thomas Bradwardine*: a View of Time and a Vision of Eternity in Fourteenth-Century Thought. Leiden: Brill Academic Publishers, 1997.

segmento: "Se uma reta finita gira ao redor de um ponto terminal estacionário, a velocidade de quaisquer duas retas que terminem no ponto imóvel e no ponto móvel será proporcional às magnitudes destas retas".[59] Tal proposição só pode ser afirmada uma vez que se aceite a relação entre a representação geométrica e as respectivas entidades físicas. Em outras palavras, o que foi dito para o movimento geométrico só é válido se, no movimento físico de uma entidade rígida, cada ponto traçar seu círculo ao mesmo tempo.

Na argumentação sobre a proposição 24, tendo como base as proposições 20 e 23,[60] Bradwardine apresenta sua conclusão sobre o movimento contínuo que pode ser, então, sistematizada. Suponha que uma linha reta finita possa ser dividida em infinitas retas (concl. 20). Deve-se admitir, neste caso, que a proporção de uma reta finita para outra é infinita em número, não havendo uma proporção última ou maior. Deve-se, ainda, considerar que para todo movimento há um outro movimento mais rápido e um outro mais lento (concl. 24), na proporção de uma reta finita para outra. Do mesmo modo, deve-se considerar que há um número potencialmente infinito de graus de movimento. Porém, se é assim, não há o mais lento nem o mais rápido.[61] Oras, sabe-se que a velocidade de um móvel é medida pela razão entre a distância percorrida e o tempo no qual a distância foi percorrida. Se isto está correto, pode ser dito que qualquer distância finita é percorrida em um tempo finito (concl. 24). Efetiva-se, dessa maneira, a representação matemática como capaz de produzir conhecimento, entenda-se medição, da natureza.

No que diz respeito à posição de Bradwardine sobre o atomismo, seu ataque dirige-se à compreensão de que há, na natureza, átomos, mas, principal-

[59] "Si recta finita super unum eius terminum quiescentem circulariter moveatur, omnes duas rectas terminatas ad punctum immotum et alia puncta mota, et velocitates istorum punctorum proportionales certissime scias esse" (*De continuo*, IV, concl. 23, p. 375).

[60] *De continuo*, IV, concl. 20-23, p. 370-376.

[61] De modo preciso, não há graus de intensificação e de remissão. Vide *De continuo*, IV, concl. 32, p. 370-376.

mente, dirige-se contra qualquer tese que sustente o contínuo composto por partes indivisíveis, seja este contínuo matemático ou físico, o que está em acordo com o modo de investigar a natureza pela via da representação matemática, em que se deixa de perguntar sobre a natureza última dos contínuos da natureza e se contenta em obter um conhecimento mais seguro, a saber, a medição ou comparação de proporções. É bem verdade que, para isso, o físico, transformado em matemático, vale-se de pontos, indivisíveis e discretos, na representação da natureza. Porém, isto não causa nenhum transtorno se o físico não extrair conclusões sobre a real estrutura de mundo das representações matemáticas que constrói, ou seja, se ele não vier a acreditar, incorretamente, que a ordenação diz algo mais, para além da medição. Em outras palavras, para Bradwardine, deve-se aceitar o caráter instrumental dos indivisíveis ordenadores do espaço utilizados na representação matemática.

Bibliografia

ARISTOTLE. *The Complete Works of Aristotle*: The Revised Oxford Translation. 2 vols, Princeton: Princeton University Press, 1995.

BRADWARDINE, T; GENET, J-F; TACHAU, K. (eds.). "La Lecture de Thomas Bradwardine sur les *Sentences*". *Archives d'Histoire Doctrinale et Littéraire du Moyen Age*, t. 57, 1990-1991: 301-306.

BRADWARDINE; SAVILLE, H. (eds.). *De causa Dei contra Pelagium et de virtute causarum ad suos Mertorenses libri tres*... Londres, 1618.

DE LIBERA, A. *La philosophie médiévale*. Paris: PUF, 1995.

DOLNIKOWSKI, W. *Thomas Bradwardine*: A View of Time and a Vision of Eternity in Fourteenth-Century Thought. Leiden: Brill Academic Publishers, 1997.

GRANT. *Source Book in Medieval Science*. Harvard: Harvard University Press, 1974.

LIVESEY, S. *Metabasis*: The Interrelationship of the Science in Antiquity and the Middle Age. Ph.D. Thesis. Los Angeles: University of California, 1982.

LIVESEY, S. T. *Theology and Science in the Fourteenth Century*: Three Questions on the Unity and Subalternation of the Science from John of Reading's Commentary on the Sentences. Leiden: E. J. Brill, 1989.

LIVESEY, S. "The Oxford Calculatores, Quantification of Qualities, Aristotle's Prohibition of Metabasis". *Vivarium,* XXIV, n. 1, 1986.

MURDOCH, J. E. *Geometry and the Continuum in Fourteenth Century*: A Philosophical Analysis of Thomas Bradwardine's "Tractatus de Continuo". Ph.D. Thesis. University of Wisconsin, 1957.

MURDOCH, J. "From Social into Intellectual Factors: An Aspect of the Unitary Character of Late Medieval Learning". In: MURDOCH; SYLLA (eds.). *The Cultural Context of Medieval Learning*. Dordrecht: Reidel, 1975: 271-339.

MURDOCH, J. "Infinity and Continuity". In: KRETZMAM; KENNY; PINBORG (eds.). *Cambridge History of Later Medieval Philosophy*. Cambridge: Cambridge University Press, 2003: 564-591.

O'BRIEN, D. *Democritus Weight and Size*: An Exercise in the Reconstruction of Early Greek Philosophy. Paris/Leiden: Les Belle Lettres/Brill, 1981.

SYLLA, E. "Thomas Bradwardine's *De continuo* and the Structure of Fourteenth-Century Learning". In: SYLLA; McVAUGH (eds.). *Texts and Contexts in Ancient and Medieval Science*: Studies on the Occasion of John E. Murdoch's Seventieth Birthday. Leiden: E. J. Brill, 1997: 148-186.